

# Profesorado de Matemática

Cuaderno de Actividades Prácticas - Ingreso 2019



I.E.S.



## INTRODUCCIÓN

*En la mayoría de las ciencias, una generación derriba lo que otra ya ha construido y lo que uno ha establecido otra lo destruye. Solamente en matemática, cada generación construye un nuevo piso sobre la vieja estructura.*

*Hermann Hankel.*

Los temas de Matemática presentan gran relación unos con otros; para lograr entender un tema nuevo, resulta necesario tener las bases de los conocimientos previos a éste. El éxito del aprendizaje depende fuertemente de los conocimientos, habilidades, procedimientos, modos de pensamientos que traen los estudiantes. Es lo que se conoce con el nombre de “nivel de partida”, el cual es decisivo para el proceso de la enseñanza y resultados del aprendizaje.

El nivel de partida necesario para el logro de los objetivos de la carrera, requiere el dominio de los conceptos teóricos y aplicaciones prácticas de ciertos temas. Sobre los mismos hicimos una selección de ejercicios y problemas para que los resuelvas, de modo que se conviertan en base para conocimientos posteriores. Te recomendamos que los realices para abordar con éxito el ingreso a esta Institución.

Para cumplir con los objetivos propuestos es que preparamos este material el que se presenta organizado de la siguiente manera:

- El programa de examen con los temas sobre los que versará el mismo
- Un índice de los temas desarrollados.
- Una selección de ejercicios y problemas donde los más representativos están acompañados con sus respectivas resoluciones.
- Un auto examen final para que te prepares y te autocontroles.



## PROGRAMA DE EXAMEN

### 1. Conjunto de Números Naturales

Operaciones - Propiedades - Representación geométrica- Ecuaciones. Problemas.

### 2. Conjunto de Números Enteros

Operaciones - Propiedades - Representación geométrica - Ecuaciones. Problemas.

### 3. Conjunto de Números Racionales

Operaciones-Propiedades - Representación geométrica - Representación decimal - Desigualdad de números racionales. Potenciación y radicación en el conjunto de Números racionales - propiedades. Números Decimales: Operaciones - Expresiones decimales periódicas. Ecuaciones - Problemas.

### 4. Conjunto de Números Reales

Conjunto de Números Irracionales: representación geométrica de los números reales - Potenciación y radicación en el conjunto de Números reales - propiedades. Radicales: Operaciones- Racionalización.

### 5. Expresiones algebraicas

Expresiones algebraicas - Polinomios - Operaciones con polinomios - Factoro de polinomios - Expresiones algebraicas fraccionarias. Operaciones: suma, resta, multiplicación y división.

### 6. La Recta

Ecuaciones de primer grado - Ecuación de una recta en sus diferentes formas- Pendiente y ordenada al origen - Interpretación gráfica - Gráfico de una recta dada su pendiente y ordenada al origen - Ecuación y Gráfica dadas condiciones de paralelismo y perpendicularidad - Situaciones problemáticas.

### 7. La Parábola de eje vertical

Ecuación de segundo grado -ecuación de la parábola de eje vertical - Forma canónica - Interpretación gráfica: vértice, intersección con los ejes, eje de simetría, concavidad. - situaciones problemáticas.

### 8. Logaritmo.

Definición de logaritmo - Restricciones - Propiedades - Logaritmos decimales y nepperianos - Cambio de base.

## BIBLIOGRAFÍA

- Duarte, B. (2009). *Matemáticas para ingresar a la universidad*. Buenos Aires: Granica.  
Irene Marchetti de De Simone, M. G. (2006). *Matemática Funciones y Estadística*. Buenos Aires: A-Z.  
Irene Zapico, M. L. (2007). *Matemática*. Buenos Aires: Santillana Perspectivas.



## ÍNDICE

<b>1. Conjunto de números naturales</b>	<b>5</b>
Operaciones. Propiedades. Representación geométrica. Ecuaciones. Problemas.	
<b>2. Conjunto de números enteros</b>	<b>9</b>
Operaciones. Propiedades. Representación geométrica. Ecuaciones. Problemas.	
<b>3. Conjunto de números racionales</b>	<b>12</b>
Operaciones. Propiedades. Representación geométrica. Representación decimal. Desigualdad de números racionales. Potenciación y radicación en el conjunto de números racionales. Propiedades. Números decimales: operaciones. Expresiones decimales periódicas. Ecuaciones. Problemas	
<b>4. Conjunto de números reales</b>	<b>25</b>
Conjunto de números irracionales: representación geométrica de los números reales, potenciación y radicación en el conjunto de números reales-propiedades radicales: operaciones. Racionalización.	
<b>5. Expresiones algebraicas</b>	<b>31</b>
Expresiones algebraicas - polinomios- operaciones con polinomios - factoro de polinomios - expresiones algebraicas fraccionarias. Operaciones : suma, resta, multiplicación y división.	
<b>6. La Recta</b>	<b>37</b>
Ecuaciones de primer grado - Ecuación de una recta en sus diferentes formas- Pendiente y ordenada al origen - Interpretación gráfica - Gráfico de una recta dada su pendiente y ordenada al origen – Ecuación y Gráfica dadas condiciones de paralelismo y perpendicularidad - Situaciones problemáticas.	
<b>7. La Parábola de eje vertical</b>	<b>43</b>
Ecuación de segundo grado –ecuación de la parábola de eje vertical - Forma canónica. Interpretación gráfica: vértice, intersección con los ejes, eje de simetría, concavidad. Situaciones problemáticas.	
<b>8. Logaritmo.</b>	<b>49</b>
Definición de logaritmo - Restricciones - Propiedades - Logaritmos decimales y nepperianos - Cambio de base.	
<b>9. Autoexamen</b>	<b>51</b>



## 1 - CONJUNTO DE NÚMEROS NATURALES

1) Defina por extensión los siguientes conjuntos numéricos y represente en la recta numérica.

$$A = \{ x/x \in N_0 \wedge x \leq 5 \}$$

$$B = \{ x/x \in N_0 \wedge x \geq 2 \}$$

$$C = \{ x/x \in N_0 \wedge x \geq 1 \wedge x < 9 \}$$

$$D = \{ x/x \in N_0 \wedge 3 \leq x \leq 5 \}$$

$$E = \{ x/x \in N_0 \wedge x \leq 4 \wedge x > 12 \}$$

2) Indique si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas. Justifique adecuadamente su respuesta.

- a)  $12 - (3+1+2) = 12+3-1-2$
- b)  $(5+3)-(4-10) = (10+5)-(4-3)$
- c)  $(10+4):2 = 10:2 + 4:2$
- d)  $10 : (2+5) = 10:2 + 10:5$
- e)  $16-(9-3) = (16-9) - 3$
- f)  $3.4 = 4.3$
- g)  $11.0 = 0$
- h)  $11:0=0$

3) Complete el siguiente cuadro, tacha los casilleros en los que no se puede obtener como resultado un número natural.

a	b	C	a-(b+c)	a- b + c	a +b - c
1	2	3			
5	10	15			
8	6	4			
3	7	11			

4) Resuelva:

- a)  $\{(4+1)-(5-3)\}+9\}$
- b)  $(8-5) \cdot 3$
- c)  $3 \cdot (4+1)+16:(8+4)$
- d)  $24 : [15-3 \cdot 2+(4-1)]$
- e)  $3 \cdot (4+1) + 16 : (8-4)$
- f)  $4 \cdot 3-3:3+(3-2) \cdot 200$
- g)  $18-0:(7+9) \cdot 4-18:3$

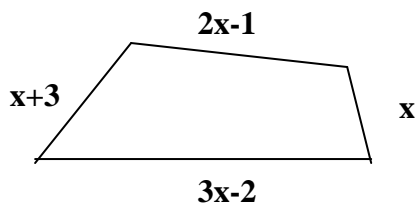
5) Resuelva las siguientes ecuaciones aplicando propiedades

- a)  $2 \cdot (x-3) = 8$
- b)  $3x : 9 : 2 = 50 : 5$



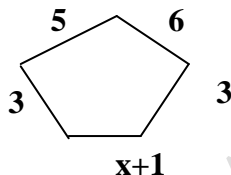
- c)  $4 + 15 : 3 - 4 \cdot 5 + 2 \cdot y = 25$
- d)  $15 ( x : 20 ) = 3 \cdot 5 \cdot 3$
- e)  $4 + ( 6 \cdot y - 8 ) : 2 = 24$
- f)  $( 4 - 2 ) \cdot ( x - 5 ) = 4 : ( 3 - 1 ) \cdot 2$
- g)  $( 2 x : 4 ) : 3 = 60 : 5$

6) Calcule la longitud de cada lado, sabiendo que su perímetro es de 35 cm



Las medidas de los lados están en cm.

7) ¿Es posible hallar x número natural sabiendo que el perímetro de la siguiente figura es de 10 cm? ¿Y si el perímetro es de 22 cm?



Las medidas de los lados están en cm.

8) Resuelva los siguientes problemas:

- a) La suma de un número y su anterior es igual al número dado más 6 unidades. ¿De qué número se trata?
- b) Hallar dos números consecutivos, sabiendo que la diferencia entre el triple del mayor y el menor es 55.
- c) Si al triple de un número le resto 9 se obtiene el doble del mismo disminuido en 3 unidades. ¿Cuál es dicho número?
- d) Una barra de acero de 74 cm de longitud, se corta en dos pedazos. Uno de ellos es de 12 cm más corto que el otro. Halle la longitud de cada pieza.
- e) Si al doble de un número se le suma su mitad resulta 55¿ Cuál es el número?
- f) En una reunión hay el doble de mujeres que de hombres y el número de niños es el triple de hombres y mujeres juntos. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños hay en la reunión si se encuentran presentes 96 personas?
- g) La suma de 3 números pares consecutivos es 102. ¿Cuáles son los números?



h) Un ganadero compra corderos a \$1200. Se le mueren 3 y el resto los vende a \$30 más de lo que cada uno le costó perdiendo \$150. ¿Cuántos compró y a qué precio?

## RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS

1)  $A = \{0,1,2,3,4,5\}$

$$C = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$$

$$E = \{ \}$$

2)  $12 - (3+1+2) = 12 - 3 - 1 - 2 = 6$

$$12 + 3 - 1 - 2 = 12$$

Como los resultados son distintos concluimos que la igualdad es **Falsa**.

c)  $(10+4):2 = 14 : 2 = 7$

$$10:2 + 4:2 = 5 + 2 = 7$$

Como los resultados son iguales concluimos que la igualdad es **Verdadera**.

e)  $16 - (9-3) = 16 - 9 + 3 = 10$

$$(16-9) - 3 = 7 - 3 = 4$$

Como los resultados son distintos concluimos que la igualdad es **Falsa**.

h)  $11 / 0 = 0 \Rightarrow 0 \cdot 0 = 0 \neq 11$  es **Falsa**

4) d)  $24 : [15 - 3 \cdot 2 + (4 - 1)] = 24 : [15 - 6 + 3] = 24 : 12 = 2$

g)  $18 - 0 : (7 + 9) \cdot 4 - 18 : 3 = 18 - 0 - 6 = 12$

5) d)  $15 \cdot (x : 20) = 3 \cdot 5 \cdot 3 \Rightarrow$  multiplico ambos miembros por 20

$$15 \cdot x = 45 \cdot 20 \Rightarrow 15x = 900 \Rightarrow x = 900/15 = 60 \Rightarrow \boxed{x = 60}$$

f)  $(4 - 2) \cdot (x - 5) = 4 : (3 - 1) \cdot 2$  entonces

$$2 \cdot (x - 5) = 4 : 2 \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot (x - 5) = 4 \Rightarrow 2x - 10 = 4 \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow \boxed{x = 7}$$

7) Perímetro =  $5 + 6 + 3 + 3 + x + 1 = 10$

$$x + 18 = 10 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \text{no existe } x \text{ tal que el perímetro de la figura sea } 10 \text{ cm.}$$

Si el perímetro es 22 resulta  $x + 18 = 22 \Rightarrow \boxed{x = 4}$



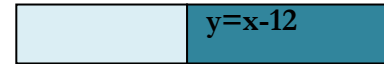
8) a)  $x + x - 1 = x + 6 \Rightarrow 2x - 1 = x + 6 \Rightarrow 2x - 1 - x = 6 \Rightarrow x - 1 = 6 \Rightarrow x = 7$

c)  $3x - 9 = 2 \cdot (x - 3)$

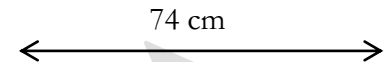
$3 \cdot x - 9 = 2 \cdot x - 6 \Rightarrow 3x - 2x = -6 + 9 \Rightarrow \boxed{x = 3}$

d)  $x + x - 12 = 74 \Rightarrow 2x - 12 = 74 \Rightarrow$

$2 \cdot x = 74 + 12 \Rightarrow 2 \cdot x = 86 \Rightarrow x = 43 \Rightarrow y = 43 - 12 = 31$



**Respuesta:** Un pedazo mide 43 cm y el otro 31 cm



e) El número es 22.

f) Hay 8 hombres, 16 mujeres y 72 niños.

g) Los números son 32, 34 y 36.

h) Compro 10 corderos a \$ 120 cada uno.

## ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

- Francisco tiene \$75. Roberto tiene \$13 más que Francisco y Luis tiene \$ 21 menos que Roberto. ¿Cuánto tienen entre los tres?
- Aníbal trabaja en una fábrica que está a 18 km. de su casa. ¿Cuántos km. recorre a la semana si trabaja de lunes a viernes?
- Amelia ha recogido hoy, en su granja, 22 bandejas de huevos y Arturo 18 bandejas. Si en una bandeja entran dos docenas y media. ¿Cuántos huevos han recogido entre los dos?
- Un restaurante pagó el mes pasado a su proveedor \$ 11.440 por una factura de 143 kg de carne. ¿Cuántos kg de carne ha gastado este mes sabiendo que la factura es de \$ 14.480?
- Un comerciante compra 15 cajas de leche con 10 botellas. Cada caja sale \$200. En el transporte se cae una caja y se rompen 5 botellas. Después vende la leche que le queda a \$ 30 la botella. ¿Qué ganancia obtiene?
- Para comprar un coche se paga una entrada de \$10.000 y 36 cuotas de \$ 5.000. ¿Cuál es el costo total?
- Con la venta de 21 vacas se han comprado 8 caballos y han sobrado \$72.500. si cada caballo vale \$8.000 ¿Cuánto vale cada vaca?
- Un verdulero compra cajas de 15 kg de manzana a \$220 la caja. Si vende a \$20 el kg. ¿Cuántas cajas ha de vender para ganar más de \$600?
- Una finca rectangular mide 90 metros de largo y 40 metros de ancho. Se desea cercar con una alambrada que cuesta \$30 el metro. ¿Cuánto costará la cerca?
- Un ganadero tiene 150 vacas que dan 8 litros diarios cada una. Para obtener 2kg. De manteca se necesitan 25 litros de leche. Si vende cada kg de manteca a \$60, ¿Cuánto dinero ingresa cada día por la venta de manteca?





## 2 – CONJUNTO DE NÚMEROS ENTEROS

1) Defina por extensión los siguientes conjuntos y represéntelos en la recta numérica:

$$A = \{ x/x \in \mathbb{Z} \wedge x \geq -2 \wedge x < 4 \}$$

$$B = \{ x/x \in \mathbb{Z} \wedge x > -3 \wedge x \leq 2 \}$$

$$C = \{ x/x \in \mathbb{Z} \wedge x \leq -5 \wedge x \geq 0 \}$$

$$D = \{ x/x \in \mathbb{Z} \wedge 5 < x \}$$

2) Resuelva las siguientes operaciones:

a)  $(-5 + 3 - 8) \cdot (-4)$

b)  $24 : (-3 + 4 + 1)$

c)  $(-3 + 5) \cdot (-1 - 1) + 4 \cdot [-5 + 4 \cdot (-2 + 7)]$

d)  $a - [-5 + (7 - a)] - 18 + (-9 - 6)$

e)  $-4 - 3 \cdot (-7 + 6) - 2 \cdot [(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) + 3]$

f)  $[-3 - 5 \cdot (-7 + 6)] \cdot (-1) - 7 \cdot (-5) \cdot (-1)$

g)  $12 - (-m) + [8 - (m - 7) - 7] - 7$

3) Resuelve las siguientes ecuaciones en  $\mathbb{Z}$

a)  $-3 \cdot (2x + 1) - 5 : (-5) = -22 - x$

b)  $(x - 2) + (4 - 2x) \cdot 2 = -3$

c)  $(8 - 4x) : (-2) = -(-4) \cdot (-2)$

d)  $3(2 - 2y) - (2y + 4) \cdot (-2) = 32$

e)  $x : [3 - (-2)] = 3 : (-1) + 5$

4) Resuelve los siguientes problemas:

a) El triple del opuesto de un número entero es 168. ¿De qué número se trata?

b) El doble de la suma de un número entero y cuatro es igual a ese número aumentado en 2 unidades. Encuentre dicho número.

c) La diferencia entre 15 y el consecutivo de un número entero es 34. ¿De qué número se trata?

d) La suma del producto de un número por su consecutivo más dicho número por el anterior es igual a 8. ¿Cuál es el número?

5) Califique las siguientes proposiciones con verdadero o falso. Justifique en cada caso su respuesta

a) Entre dos números enteros siempre existe otro número entero.

b) Entre dos números enteros a veces existe otro número entero.

c) Dados  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  con  $a < b, c < 0$  entonces  $a \cdot c > b \cdot c$



6) ¿En cuáles casos puede concluir que  $x = y$ ?

a)  $x + (-3) = (-3) + y$

b)  $x - 2 = 2 + y$

c)  $x + 1 = y - (-1)$

d)  $x - 3 = y + (-3)$

e)  $(-2) \cdot x = y \cdot (-2)$

f)  $0 \cdot x = 0 \cdot y$

g)  $x \cdot 1 = -y \cdot (-1)$

## 2 - RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS

1)  $B = \{ x / x \in \mathbb{Z} \wedge x > -3 \wedge x \leq 2 \} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2) e)  $-4 - 3 \cdot (-7 + 6) - 2 \cdot [(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) + 3] = -4 - 3 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 = -4 + 3 - 4 = \boxed{-5}$

g)  $12 - (-m) + [8 - (m - 7) - 7] - 7 = 12 + m + 8 - m + 7 - 7 - 7 = \boxed{13}$

3) d)  $3 \cdot (2 - 2y) - (2y + 4) \cdot (-2) = 32$

Aplico propiedad distributiva:

$$6 - 6y + 4y + 8 = 32$$

$$-6 \cdot y + 4y = 32 - 6 - 8$$

$$-2 \cdot y = 18 \Rightarrow \boxed{y = -9}$$

4) b) El doble de la suma de un número entero y cuatro es igual a ese número aumentado en 2 unidades. Encuentre dicho número.

El número desconocido lo designamos con "x"

$$2 \cdot (x + 4) = x + 2$$

$$2x + 8 = x + 2$$

$$2x - x = 2 - 8$$

$$x = -6$$

**Respuesta:** El número entero es -6

c) La diferencia entre 15 y el consecutivo de un número entero es 34. ¿De qué número se trata?

$$15 - (x + 1) = 34$$

$$15 - x - 1 = 34$$

$$-x = 34 - 15 + 1$$

$$-x = 20$$

$$x = -20$$

**Respuesta:** Se trata del número -20



- 5) a) Falso  
b) Verdadero
- 6) Se puede concluir que  $x = y$  en los casos:  
a) , c) , d) , e), g)

## ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

- 1) Carlos parte en ascensor desde la planta cero de su edificio. El ascensor sube 5 pisos, después baja 3, sube 5, baja 8, sube 10, sube 5 y baja 6. ¿En qué piso está?
- 2) Juan debe \$ 400 a un taller por la reparación de su moto. Si abona \$375 , ¿Cuánto debe?
- 3) En Barilloche, el termómetro marcaba  $14^{\circ}$  bajo cero a las 8 de la mañana; al mediodía la temperatura había subido 10 grados y a las 19:00 había bajado  $5^{\circ}$  con respecto al mediodía. ¿Cuál es la temperatura a esa hora?
- 4) El día 28 de Junio, el termómetro marcó en Tierra del Fuego una mínima de  $-12^{\circ}\text{C}$  y en Jujuy una máxima de  $23^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre ambas ciudades?
- 5) Un depósito de agua potable de 10.000 litros está lleno. Cada día entran 2.000 litros y salen 3.000 litros. Indica el tiempo que tardará en vaciarse.
- 6) Un barco está hundido a unos 200 metros de profundidad. Se reflota a una velocidad de 2 metros por minuto. ¿A qué profundidad estará al cabo de una hora?
- 7) Saul tiene una deuda y decide pagar \$1.250 cada mes. ¿Cuál es el importe si tarde un año y medio en saldarla?
- 8) En invierno en la Antártida, la temperatura desciende  $2^{\circ}\text{C}$  cada hora a partir de las 00:00 y hasta las 8:00. ¿Qué temperatura había a las 8:00 si a las 00:00 de la noche había  $-4^{\circ}\text{C}$ ?
- 9) Un repartidor de pizzas gana \$360 cada día y gasta \$ 50 en Nafta, ¿Cuál es la ganancia semanal si trabaja 6 días a la semana?
- 10) La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera a razón de  $9^{\circ}\text{C}$  cada 300 metros. ¿A qué temperatura vuela un avión si la temperatura del aire ha variado  $81^{\circ}\text{C}$ ?



### 3 – CONJUNTO DE NÚMEROS RACIONALES

1) Escriba tres fracciones que sean equivalentes a las dadas:

a)  $\frac{2}{5}$

b)  $\frac{-5}{7}$

c)  $\frac{-8}{3}$

d) 7

e) - 2

f)  $\frac{2}{a}$   $a \neq 0$

g)  $\frac{m}{2p}$   $p \neq 0$

h)  $\frac{3}{2}$

i)  $\frac{-3}{5}$

2) Indique en qué caso las siguientes afirmaciones son correctas. Justifique en cada caso su respuesta.

a)  $\frac{6}{11} = \frac{3}{4}$

b)  $\frac{4}{8} = \frac{2}{1}$

c)  $\frac{3a}{2} = \frac{5a}{3}$   $a \in \mathbb{Z}$

d)  $\frac{x^3}{x^5} = \frac{3}{3x^2}$   $x \in \mathbb{Z}; x \neq 0$

3) Escriba cada uno de los siguientes números racionales en forma reducida

a)  $\frac{-3}{15}$

b)  $\frac{24}{100}$

c)  $\frac{64}{-20}$

d)  $\frac{b^2}{b^2}; b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$

e)  $\frac{5x}{10x}$   $x \in \mathbb{Z}; x \neq 0$

f)  $\frac{-25}{225}$

4) Dados los siguientes números racionales encuentre su opuesto y su recíproco (si existe)

a)  $\frac{-7}{3}$

b)  $\frac{7}{3}$

c) 5

d)  $\frac{-2}{3}$

e)  $\frac{-1}{a}; a \in \mathbb{Z}; a \neq 0$

f)  $\frac{c}{d}; c, d \in \mathbb{Z}; d \neq 0$

g)  $\frac{5}{3a}; a \in \mathbb{Z}; a \neq 0$

h) 0

i) -1

j) - 4

k)  $\frac{3}{4^a}; a \in \mathbb{Z}; a \neq 0$

l)  $\frac{-5}{2}$



5) Complete la siguiente tabla:

<b>Números Racionales</b>	
<b>Representación en forma de fracción</b>	<b>Representación en forma decimal</b>
a) $\frac{3}{25}$	0,12
b) $\frac{9}{40}$	
c) $\frac{11}{20}$	
d) $\frac{34}{99}$	0,343434..... = $0,3\overline{4}$
e)	$1,\overline{6}$
f)	$-0,3\overline{69}$
g)	$1,00\overline{63}$
h)	$-3,0161616.....$
i)	
j)	6,15
k)	-3,125
l) $\frac{4}{75}$	
m) $\frac{-7}{4}$	
n)	$-1,6\overline{17}$
o)	$2,\overline{46}$

6) Ordene los siguientes números de mayor a menor

i. 1,057 ; 1,026 ; 0,907 ; 0,9904 ; 1,006

ii. 0,0025 ; 0,0102 ; 0,00091 ; -0,107 ; 0,02701

iii.  $0,0\overline{6}$  ; 0,065 ;  $\frac{3}{80}$  ;  $0,0\overline{6}$  ;  $\frac{7}{120}$

iv.  $\frac{3}{5}$  ;  $0,\overline{535}$  ; 0,53 ;  $\frac{3}{7}$  ;  $0,\overline{53}$

7) Realice las operaciones indicadas y exprese el resultado final en forma de fracción.

a)  $1,35 - (-0,04 : 0,04 + 0,36) + (0,5 \cdot 0,36 - 1,75)$

b)  $0,\overline{3} - 0,\overline{12} - 0,\overline{5}$



- c)  $\frac{0,8}{0,2^2} + (2 - 1,4) - 1,71$   
d)  $46,25 : 2,5 - 6,4 : (-2,74)$   
e)  $\frac{1,95}{0,625 - 0,3} \cdot 0,0825 - 0,5 \cdot 0,5$   
f)  $\frac{0,6 - 4 \cdot 0,2}{1,3333\dots}$   
g)  $0,018 \cdot 1,6 \cdot \frac{1}{0,15}$   
h)  $(0,4 - 1,2) \cdot (0,4 + 1,2)$

8) Escriba  $>$  ;  $=$  o  $<$  según corresponda

a)  $\frac{3}{4} \dots \frac{4}{5}$

b)  $\frac{8}{12} \dots \frac{6}{9}$

c)  $\frac{2}{10} \dots \frac{9}{45}$

d)  $\frac{7}{11} \dots \frac{6}{10}$

e)  $\frac{8}{9} \dots \frac{9}{10}$

f)  $\frac{-8}{13} \dots \frac{-5}{8}$

9) Ordene en forma creciente:

a)  $1/4, 7/2, 9/28$

b)  $-3/2, 5/3, -2/15$

c)  $-3/2, -4/13, -2/15$

10) Determine tres números racionales comprendidos entre:

a)  $\frac{4}{5}$  y  $\frac{2}{7}$

b)  $\frac{7}{12}$  y  $\frac{-1}{4}$

c) 1 y  $\frac{1}{2}$

d)  $\frac{2}{5}$  y  $\frac{3}{4}$

11) Encuentre el número racional x, si existe, para el cual:

a)  $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = x - \frac{1}{3}$

b)  $\frac{3}{4} - 2x = \frac{1}{5} + \frac{1}{4}$

c)  $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} : \frac{2}{5}$

d)  $\frac{2}{5} + x : 5 = \frac{1}{2}$

e)  $\frac{3}{7} - \frac{2}{5}x = \frac{2}{5} \cdot (3x + 2)$

f)  $\frac{9 \cdot (x - 2)}{4} - \frac{7 \cdot (x - 1)}{3} = 6x + 1$

g)  $\frac{-3}{2} \left( x - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{2}x - \frac{4}{15}x$



12) Resuelva las operaciones indicadas:

a)  $3 \cdot \left(\frac{-1}{5}\right) - \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 1\right] \cdot \left(\frac{-3}{4}\right) + 1$

b)  $\frac{\frac{3}{4} - 1}{2} + \frac{12}{5} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) - \frac{\frac{3}{4} - \frac{5}{6}}{\frac{1}{3}}$

c)  $1 + \frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{2} : \frac{1}{4}}{\frac{3}{20}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3}$

d)  $\frac{\frac{5}{6} - 1}{\frac{-3}{2}} - \frac{25}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{21}{8} + \frac{\frac{-3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{121}{8}}{\frac{5}{4}}$

e)  $\left(1 - \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + 1} - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{\frac{1}{2} - 1}{-\frac{1}{3}}\right)$

f)  $\left[\frac{7}{2} : \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{7}\right)\right] + 11$

g)  $\left(-\frac{3}{5} - \frac{5}{-3}\right) \cdot \left(\frac{5}{-3} + \frac{-3}{5}\right) : \left(\frac{-5}{3} - \frac{3}{-5}\right)$

h)  $\left[\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\right] : \frac{2}{55} : \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right)$

i)  $\frac{\left(\frac{1}{2} + 2\right) : \frac{1}{4}}{\left(\frac{2}{7} - \frac{1}{14}\right) \cdot \frac{7}{6}}$

j)  $\frac{-\frac{3}{4} + \frac{1}{5} - \frac{5}{6} : \frac{1}{3}}{\frac{9}{5} + \frac{3}{2} : \frac{1}{3} - \frac{1}{5}}$

13) Calcule las siguientes potencias

a)  $\left(\frac{-2}{3}\right)^2$

b)  $\left(\frac{3}{2}\right)^4$

c)  $\left(\frac{2}{7}\right)^0$

d)  $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}$

e)  $\left(\frac{-1}{5}\right)^3$

f)  $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3}$

g)  $-\left(\frac{-1}{2}\right)^{-2}$

h)  $(-3)^4$

14) Calcule las siguientes raíces y potencias cuando sea posible:

a)  $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$

b)  $\sqrt[5]{\frac{-1}{32}}$

c)  $\sqrt{-\frac{25}{16}}$

d)  $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}$

e)  $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{5}{2}}$

f)  $\left(-\frac{1}{729}\right)^{\frac{2}{3}}$

g)  $\left(\frac{81}{100}\right)^{-\frac{1}{2}}$

h)  $\left(\frac{-1}{729}\right)^{\frac{1}{3}}$

15) Resuelve aplicando las propiedades de la potenciación y expresa el resultado con exponente no negativo

a)  $\left(\frac{a^{-3} \cdot c \cdot d^5}{a^{-1} \cdot c^{-4} \cdot d^3}\right)^{-4}$

b)  $\left(\frac{3^{-3} \cdot m^2 \cdot w^{-3}}{9^{-1} \cdot m^{-3} \cdot w^2}\right)^2$



- c)  $\left(\frac{a}{b}\right)^5 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^2$
- d)  $\frac{\left(\frac{m}{n}\right)^4 \cdot \left[\left(\frac{m}{n}\right)^3\right]^2}{\left(\frac{m}{n}\right)}$
- e)  $\frac{\left(\frac{x}{y}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^3}{\left(\frac{x}{y}\right)^4}$
- f)  $(x+y)^{-2} \cdot (x^{-2} - y^{-2})$
- g)  $\frac{\left(\frac{1}{a^2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{b}{c}\right)^2 \cdot \frac{a}{c}}{\left(\frac{a}{c}\right)^3 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{-1}}$
- h)  $\frac{\left(\frac{1}{a^2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^0}{\left(\frac{1}{a^2}\right)^4 \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^{-1}}$
- i)  $\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^3 \cdot 2ab}{\left(\frac{a}{b}\right)^{-4}}$
- j)  $\frac{\left(\frac{2x}{y}\right)^3 \cdot \left(\frac{x}{2y}\right)^2}{x^4 y^{-4}}$
- k)  $\frac{a^{-2} - a^{-3} y^{-2}}{a^{-3} y^{-2} - y^{-2}}$
- l)  $\frac{a^{-2} - b^{-1}}{a^{-2} + b^{-1}} \cdot \frac{a^2 + b}{b} + b^0 : (a^{-2} \cdot b) - a \cdot (a + b)^{-1}$
- m)  $(16 \cdot a^{-4} \cdot y^2)^{1/2} \cdot (125^{-1} \cdot a \cdot y^{-1})^{1/3}$
- n)  $\left(\frac{8 \cdot x^3 \cdot y^{-4/3}}{27x^{-6} \cdot y}\right)^{-2/3}$

**16) Demuestre:**

- a)  $\frac{x^{n+1} - x^n}{x^n} = x - 1$
- b)  $\frac{(4^{n-1})^n}{(4^{n+1})^n} = \frac{1}{4^{2n}}$
- c)  $\left(\frac{x^{2n-3} \cdot y^{n-1}}{x^{2n-2} \cdot y^{n-2}}\right)^3 = \frac{y^3}{x^3}$
- d)  $\frac{81^{3/4} \cdot (3^n)^4}{9^3 27^{n-2}} = 3^{3+n}$
- e)  $(14 \cdot 2^3 - 2^3 \cdot 6 + 8 \cdot 2^3)^3 = 2^{21}$

**17) Resuelve efectuando las operaciones indicadas:**

- a)  $\sqrt{\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{5}\right) : \frac{34}{15}} \cdot 3$
- b)  $\left(\sqrt{\frac{4}{9}} - \sqrt{\frac{16}{25}} + \sqrt{\frac{1}{225}}\right)^2$
- c)  $\left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + 3^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}} + \left(\frac{-1}{2}\right) \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)$
- d)  $\frac{\sqrt{\frac{12}{5} \cdot \frac{3}{8} : \frac{5}{8}}}{\left(\frac{0,1 - 3,7}{11}\right)^{-1}} + 1 : 3,3$





e)  $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} - 0,3 \left(1 - \frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{8}{1000}\right)^{\frac{1}{3}}$

f)  $\sqrt{\frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{3}{4}} \cdot \frac{1}{8}}$

g)  $\left(\frac{-1}{32}\right)^{-\frac{2}{5}} + (-27)^{\frac{2}{3}} : \left(\frac{27}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\frac{4}{25}\right)^{\frac{3}{2}}$

h)  $\frac{(-1)^{\frac{1}{3}} \cdot (-2) \cdot (-8)}{\left(\frac{1}{2} - \frac{15}{32}\right)^{\frac{1}{5}}}$

i)  $\left[4^{-\frac{1}{2}} + (-8)^{-\frac{1}{3}}\right]^3 - \left(9^{\frac{2}{3}} \cdot 9\right)^{-\frac{3}{2}} + 36^{\frac{1}{2}} : \left[3 - (-27)^{\frac{2}{3}}\right]$

j)  $8^{-\frac{4}{3}} + 4^{-\frac{3}{2}} \cdot 9^{\frac{1}{2}} - \frac{16^{-\frac{1}{2}}}{2^{-1}}$

k)  $\left(-\frac{2}{3}\right) : \sqrt{8 : \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}} + \frac{3}{4} : (-2) - \left[\left(\frac{1}{2} - 1\right)^{-1}\right]^{-3}$

**18) Complete la siguiente tabla:**

Números	Fracciones decimales	Notación científica
0,0147	$\frac{147}{10000}$	$1,47 \cdot 10^{-2}$
333,003		
	$\frac{7}{10}$	
0,12		
0,000123		
		$7,5 \cdot 10^{-4}$
		$9,43 \cdot 10^{-3}$

**19) Escriba, cuando sea posible, el resultado de las siguientes operaciones en fracciones decimales y en notación científica**

- |  |   |
|--|---|
| a) $(1,25)^{-3}$                               | b) $(0,100)^{-1}$                           |
| c) $(2,3 \cdot 10^2) \cdot (1,2 \cdot 10^3)$   | d) $2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^2$ |
| e) $(1,46 \cdot 10^3) : (7,385 \cdot 10^6)$    | f) $(4,1 \cdot 10^2)^3$                     |
| g) $(8,63 \cdot 10^4) : (7,154 \cdot 10^{-2})$ | h) $(9 \cdot 10^{-2})^4$                    |
| i) $(2,5 \cdot 10^{-3})^{-2}$                  | j) $35 \cdot 0,003 \cdot 1,004$             |

**20) Analice cada fracción y determine:**

- a) ¿Cuáles se pueden transformar en decimales exactas?
- b) ¿Cuáles se pueden transformar en expresiones periódicas puras?
- c) ¿Cuáles se pueden transformar en expresiones periódicas mixtas?



i)	$\frac{7}{120}$	ii)	$\frac{17}{90}$	iii)	$\frac{3}{20}$
iv)	$\frac{9}{35}$	v)	$\frac{11}{16}$	vi)	$\frac{8}{33}$
vii)	$\frac{12}{125}$	viii)	$\frac{4}{21}$	ix)	$\frac{13}{80}$
x)	$\frac{5}{39}$	xi)	$\frac{11}{25}$	xii)	$\frac{2}{33}$

21) Ubique en el cuadro dado las siguientes expresiones

- a)  $\frac{1}{7}$                       b) 0,6                      c) 2,85                      d)  $\frac{5}{9}$   
e)  $\frac{4}{3}$                       f)  $\frac{7}{10}$                       g) 1,371                      h)  $\frac{3}{22}$   
i)  $\frac{11}{15}$                       j)  $\frac{19}{90}$                       k)  $\frac{3}{5}$                       l)  $\frac{3}{4}$   
m)  $\frac{47}{99}$                       n)  $\frac{81}{180}$                       o) 0,52                      p)  $4,2\overline{2}$   
q) 5,03333....                      r) 0,9

Expresiones Decimales		
Exactas	Periódicas	
	Puras	Mixtas



22) Resuelva las siguientes operaciones y exprese el resultado en fracciones.

a)  $\frac{1}{0,6+0,15} - \frac{1}{2-0,8}$

b)  $\frac{(3,2-0,4):1,4}{0,5} \cdot (0,075-0,1)$

c)  $\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,2} - \frac{1}{0,2} - \frac{1}{0,5}$

d)  $\frac{\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot (2-0,7) - 0,05}{-0,1-0,02}$

e)  $\frac{\sqrt{0,3 \cdot 0,012}}{\sqrt{0,3:0,012}}$

f)  $\sqrt[3]{\frac{1-0,34}{1,1} \cdot \frac{2,1-1,308}{2,2}}$

g)  $\sqrt{\left[\left(\frac{0,34}{2}\right)^{-1} - \frac{1,15}{0,34}\right] \cdot 0,9}$

h)  $\frac{\left(1,6^2 - 0,7\right)^{-1}}{\sqrt{0,0025}} : (0,2)^{-2}$

i)  $\sqrt{\frac{0,072:1,1}{0,8}}$

j)  $\left[\frac{(0,5+0,3) \cdot 1,46}{2,4}\right]^{-1}$

23) Indique si las siguientes igualdades son correctas o no. Justifique adecuadamente su respuesta:

- a)  $0,1230230230230\dots = 0,1223$   
b)  $0,5555\dots = 0,55$   
c)  $0,121212\dots = 0,1212$

24) Para resolver los siguientes problemas debes analizar las diferentes posibilidades y verificar cuál de ellas cumple con la condición enunciada.

- a) El producto de tres de las siguientes fracciones es 2. ¿Cuáles son?

$$\frac{4}{3}; \frac{5}{2}; \frac{5}{8}; \frac{12}{5}$$

- b) La suma de tres de las siguientes fracciones es  $53/30$ . ¿Cuáles son?

$$\frac{1}{6}; \frac{3}{5}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}$$

25) Resolver

a. Cada sobre de cierto medicamento contiene  $2/15$  de ácido acetilsalicílico (aspirina);  $1/25$  de ácido ascórbico y el resto de excipiente. ¿Cuántos mg. de cada componente hay en un sobre de 3 g?

b. Si sumamos 3 al numerador de una fracción y restamos 2 al denominador la fracción es igual a  $6/7$ , pero si restamos 5 al numerador y le sumamos 2 al denominador dicha fracción es igual a  $2/5$ . ¿Cuál es la fracción?



- c. En una clase  $\frac{3}{5}$  de los alumnos son varones. Si hay 8 varones más que mujeres. ¿Cuántos varones y mujeres hay en la clase?
- d. Al cerrar la caja de un comercio, se totaliza \$106.100. El cajero observa que la cantidad de billetes de \$500 es la mitad de la de billetes de \$1.000; la cantidad de billetes de \$50 es el triplo de la cantidad de billetes de \$500, y la cantidad de billetes de \$10 es  $\frac{1}{4}$  de la cantidad de billetes de \$500. ¿Cuántos billetes de \$500 hay en caja?
- e. Una persona gasta  $\frac{1}{3}$  de su dinero y luego  $\frac{2}{5}$  de lo que le queda; tiene aun \$60. ¿Cuánto tenía al principio?
- f. En un partido internacional de fútbol las entradas generales para los socios cuestan \$200 cada una, y para los no socios, \$300. En concepto de entradas generales se ha recaudado \$3.250.000. Sabiendo que las entradas generales para los socios constituyen los  $\frac{7}{24}$  de la cantidad total de entradas, ¿Cuántos socios pagaron entrada general?
- g. Se han pagado \$3.000.000 por una casa y un terreno. ¿Cuánto se abonó por cada uno si el terreno cuesta las dos terceras partes de la casa?

### 3 - RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS

1) a)  $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20}$

c)  $\frac{-8}{3} = \frac{-16}{6} = \frac{-24}{9} = \frac{-32}{12}$

f)  $\frac{2}{a} = \frac{4}{2a} = \frac{6}{3a} = \frac{8}{4a}$

2)

a) No es correcto pues  $6.4 \neq 3.11$

c) No es correcto pues  $3.3.a \neq 2.5.a$

b) No es correcto pues  $4.1 \neq 2.8$

d) Es correcto pues  $x^3 \cdot 3.x^2 = 3 \cdot x^5$

3) a)  $\frac{-1}{5}$  c)  $\frac{-16}{5}$

e)  $\frac{1}{2}$

4)

a) Si  $a = \frac{-7}{3}$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{opuesto } -a = \frac{7}{3} \\ \text{recíproco } a^{-1} = \frac{-3}{7} \end{array} \right.$

c) Si  $a = -5$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{opuesto } -a = 5 \\ \text{recíproco } a^{-1} = \frac{-1}{5} \end{array} \right.$

f) Si  $a = \frac{c}{d}$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{opuesto } -a = \frac{-c}{d} \\ \text{recíproco } a^{-1} = \frac{d}{c} \end{array} \right.$

h) Si  $a = 0$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{opuesto } -a = 0 \\ \text{recíproco } a^{-1} \text{ no existe} \end{array} \right.$



5)

Números racionales	
Representación en forma de fracción	Representación en forma decimal
p) $\frac{3}{25}$	0,12
c) $\frac{34}{99}$	0,343434..... = $0,\overline{34}$
e) $1,\overline{6} = \frac{16-1}{9} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$	$1,\overline{6}$
h) $-3,0\overline{16} = \frac{-(3016-30)}{990} = \frac{-1493}{495}$	-3,0161616.....
m) $\frac{-7}{4}$	-1,75

6) d)  $\frac{3}{5}$  ;  $0,\overline{535}$  ;  $0,\overline{53}$  ;  $0,53$  ;  $\frac{3}{7}$

7) f)  $\frac{0,\overline{6}-4 \cdot 0,\overline{2}}{1,3333.....} = \frac{\frac{6}{9}-4 \cdot \frac{2}{9}}{\frac{13-1}{9}} = \frac{\frac{6-8}{9}}{\frac{12}{9}} = \frac{-2}{12} = \frac{-1}{6}$

h)  $(0,\overline{4} - 1, \overline{2}) \cdot (0,\overline{4} + 1, \overline{2}) = \left(\frac{4}{9} - \frac{11}{9}\right) \cdot \left(\frac{4}{9} + \frac{11}{9}\right) = \frac{-7}{9} \cdot \frac{15}{9} = \frac{-35}{27}$

8) c)  $\frac{2}{10} = \frac{9}{45}$

d)  $\frac{7}{11} > \frac{6}{10}$

f)  $\frac{-8}{13} > \frac{-5}{8}$

10) d)  $\frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{7}{10} < \frac{3}{4}$

11) f)  $\frac{9 \cdot (x-2)}{4} - \frac{7 \cdot (x-1)}{3} = 6x+1$

$$\frac{9x}{4} - \frac{9}{2} - \frac{7}{3}x + \frac{7}{3} = 6x+1$$

$$\frac{9x}{4} - \frac{7}{3}x - 6x = 1 + \frac{9}{2} - \frac{7}{3}$$

$$\frac{-73x}{12} = \frac{19}{6} \Rightarrow \boxed{x = \frac{-38}{73}}$$



12)

$$e) \left( 1 - \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + 1} - \frac{1}{3} \right) : \left( \frac{\frac{1}{2} - 1}{-\frac{1}{3}} \right) = \left( 1 - \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3} \right) : \left( \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} \right) = \left( 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \right) : \left( \frac{3}{2} \right) = \frac{1}{3} : \frac{3}{2} = \frac{2}{9}$$

13) d)  $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$

h)  $(-3)^{-4} = \left(\frac{-1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$

14) b)  $\sqrt[5]{\frac{-1}{32}} = \frac{-1}{2}$

e)  $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{5}{2}} = \left(\sqrt{\frac{9}{4}}\right)^5 = \left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{243}{32}$

h)  $\left(\frac{-1}{729}\right)^{-\frac{1}{3}} = (-729)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-729} = -9$

15) d)  $\frac{\left(\frac{m}{n}\right)^4 \cdot \left[\left(\frac{m}{n}\right)^3\right]^2}{\left(\frac{m}{n}\right)} = \frac{\left(\frac{m}{n}\right)^{10}}{\left(\frac{m}{n}\right)^1} = \left(\frac{m}{n}\right)^9$

h)  $\frac{\left(\frac{1}{a^2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^0}{\left(\frac{1}{a^2}\right)^4 \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^{-1}} = \frac{\left(\frac{1}{a^2}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{d}{c}\right)^3}{\left(\frac{d}{c}\right)^2 \cdot \left(\frac{d}{c}\right)^1} = \left(\frac{1}{a^2}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{d}{c}\right)^0 = (a^2)^6 = a^{12}$

16) Demuestre que:

c)  $\left(\frac{x^{2n-3} \cdot y^{n-1}}{x^{2n-2} \cdot y^{n-2}}\right)^3 = \frac{y^3}{x^3}$

$$\left(\frac{x^{2n-3} \cdot y^{n-1}}{x^{2n-2} \cdot y^{n-2}}\right)^3 = (x^{2n-3-(2n-2)} \cdot y^{n-1-(n-2)})^3 = (x^{2n-3-2n+2} \cdot y^{n-1-n+2})^3 = (x^{-1} \cdot y^1)^3 = \left(\frac{y}{x}\right)^3 = \frac{y^3}{x^3}$$



e)  $(14.2^3 - 2^3 \cdot 6 + 8.2^3)^3 = 2^{21}$

$$(14.2^3 - 2^3 \cdot 6 + 8.2^3)^3 = (7.2^4 - 2^4 \cdot 3 + 2^6)^3 = [2^4 \cdot (7 - 3 + 4)]^3 = (2^4 \cdot 8)^3 = (2^4 \cdot 2^3)^3 = (2^7)^3 = 2^{21}$$

**17)**

e)  $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} - 0,3\left(1 - \frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{8}{1000}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{3}{5}\right) + \sqrt[3]{\frac{-8}{1000}} = \frac{9}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{5} = \frac{37}{20}$

g)  $\left(\frac{-1}{32}\right)^{-\frac{2}{5}} + (-27)^{\frac{2}{3}} : \left(\frac{27}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\frac{4}{25}\right)^{\frac{3}{2}} = (\sqrt[5]{-32})^2 + (\sqrt[3]{-27})^2 : \left(\sqrt[3]{\frac{125}{27}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{4}{25}}\right)^3 =$   
 $(-2)^2 + (-3)^2 \left(\frac{5}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^3 = 4 + 9 : \frac{25}{9} + \frac{8}{125} =$

$$= 4 + \frac{81}{25} + \frac{8}{125} = \frac{913}{125}$$

**18)** Complete la siguiente tabla:

Números	Fracciones decimales	Notación científica
0,0147	$\frac{147}{10000}$	$1,47 \cdot 10^{-2}$
0,7	$\frac{7}{10}$	$7 \cdot 10^{-1}$
0,00943	$\frac{943}{100000}$	$9,43 \cdot 10^{-3}$

**19) a)**  $(1,25)^{-3} = \left(\frac{125}{100}\right)^{-3} = \left(\frac{100}{125}\right)^3 = \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \left[\frac{8}{10}\right]^3 = \frac{512}{1000} = 5,12 \cdot 10^{-1}$

j)  $35 \cdot 0,003 \cdot 1,004 = 35 \cdot \frac{3}{1000} \cdot \frac{1004}{1000} = \frac{105420}{1000000} = \frac{10542}{100000}$   
 $= 1,0542 \cdot 10^{-1}$

**20) iii)**  $\frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{15}{100} = 0,15$  es una expresión decimal exacta.

iv)  $\frac{9}{35} = 0,25714285714285714285 \dots = 0,25\overline{714285}$  es una expresión decimal periódica mixta.

vi)  $\frac{8}{33} = 0,2424242424 \dots = 0,2\overline{4}$  es una expresión decimal periódica pura



21)

Expresiones Decimales		
Exactas	Periódicas	
	Puras	Mixtas
0,6	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{22}$
2,85	$\frac{5}{9}$	$\frac{11}{15}$
$\frac{7}{10}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{19}{90}$
1,371	$\frac{47}{99}$	5,0333.....
$\frac{3}{5}$	$4,\hat{2}$	
$\frac{3}{4}$		
$\frac{81}{180}$		
0,52		
0,9		

22) d) 
$$\frac{\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot (2 - 0,7) - 0,05}{-0,1 - 0,02} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{13}{10} - \frac{5}{100}}{-0,12} = \frac{\frac{13}{20} - \frac{1}{20}}{\frac{-12}{100}} = \frac{\frac{12}{20}}{\frac{-3}{25}} = -5$$

i) 
$$\sqrt{\frac{0,072 : 1,1}{0,8}} = \sqrt{\left(\frac{72}{990} : \frac{11}{10}\right) : \frac{8}{9}} = \sqrt{\frac{8}{121} : \frac{8}{9}} = \sqrt{\frac{9}{121}} = \frac{3}{11}$$

23) c) La igualdad es falsa pues  $0,121212..... = 0,1\bar{2}$

24) a) Las fracciones son  $\frac{4}{3}; \frac{5}{8}; \frac{12}{5}$

25) a) De aspirina hay:  $\frac{2}{15} \cdot 3g = \frac{2}{5}g = 0,4g$

De ácido ascórbico hay:  $\frac{1}{25} \cdot 3g = \frac{3}{25}g = 0,12g$

De excipiente hay : 2,48 g

d) Son 40 los billetes de \$ 500.

e) Tenía en total \$150.

f) 3.500 socios pagaron la entrada general.

g) Se abonó por la casa \$ 1.800.000 y por el terreno \$ 1.200.000.





## 4 - CONJUNTO DE NÚMEROS REALES

### NÚMEROS IRRACIONALES

1) Clasifique los siguientes números reales en racionales ( enteros o fraccionarios) e irracionales. Grafique en la recta real.

$$2; -3; -\sqrt{3}; 3/2; \sqrt{5}; -\frac{\sqrt{3}}{2}; 7/2; \pi; 1, \hat{3}; -7/3; 10/2$$

### 4.1 - RADICALES

1) Resuelva:

a)  $\sqrt[4]{16}$                       b)  $\sqrt[3]{-8}$                       c)  $-\sqrt{25}$                       d)  $\sqrt{13-4}$   
e)  $(64)^{1/2}$                       f)  $-(64)^{1/2}$                       g)  $-\sqrt[3]{-64}$                       h)  $2 \cdot (4^{3/2})$

2) Resuelva en R cuando sea posible:

a)  $\sqrt[4]{-16}$                       b)  $\sqrt[3]{-27}$                       c)  $-\sqrt{36}$                       d)  $\sqrt{-36}$   
e)  $\sqrt{\frac{1}{64}}$                       f)  $\sqrt[5]{-32}$                       g)  $\sqrt[6]{64}$                       h)  $\sqrt[6]{-64}$

3) Exprese en forma de radical las siguientes potencias de manera que todos los índices y exponentes sean enteros positivos

a)  $2^{1/2}$                       b)  $3^{2/3}$                       c)  $2^{-3/2}$                       d)  $x^{-5/2}$   
e)  $a^{-4/5}$                       f)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{2/5}$                       g)  $(16^{-1/2})^3$                       h)  $2^{4/5}$

4) Exprese los siguientes radicales como potencias de exponente fraccionario en la forma más abreviada posible

a)  $\sqrt[5]{2^2}$                       b)  $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$                       c)  $\frac{1}{\sqrt[3]{b^4}}$                       d)  $\sqrt[5]{\frac{1}{2}}$   
e)  $\frac{1}{\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^3}$

5) Determine si los siguientes ejercicios han sido resueltos en la forma correcta. Justifique adecuadamente su respuesta

a)  $\sqrt{4.9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2.3 = 6$                       b)  $\sqrt{-4} \cdot \sqrt{-9} = \sqrt{(-4) \cdot (-9)} = \sqrt{36} = 6$   
c)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$                       d)  $\sqrt{(-2) \cdot (-8)} = \sqrt{16} = 4$   
e)  $\sqrt{9+16} = 3+4 = 7$                       f)  $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$   
g)  $\sqrt[3]{-64} : \sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-64) : (-8)} = \sqrt[3]{8} = 2$                       h)  $\sqrt[3]{8-64} = 2-4 = -2$



6) Sabiendo que  $a > 0$ , calcule cuando sea posible

- a)  $\sqrt{a^2}$       b)  $(\sqrt{a})^2$       c)  $\sqrt{(-a)^2}$       d)  $(\sqrt{-a})^2$   
e)  $\sqrt{-a^2}$       f)  $\sqrt[3]{a^3}$       g)  $\sqrt[3]{(-a)^3}$       h)  $(\sqrt[3]{-a})^3$   
i)  $(\sqrt{-1})^2$       j)  $\sqrt{-3^2}$       k)  $\sqrt{-(-3)^2}$

7) Calcule las siguientes raíces simplificando cuando sea posible ( $x > 0; y > 0$ )

- a)  $\sqrt[6]{5^2}$       b)  $\sqrt[6]{(-2)^3}$       c)  $\sqrt[3]{2^6}$       d)  $\sqrt{(-2)^6}$   
e)  $\sqrt[4]{3^6}$       f)  $-\sqrt{121}$       g)  $-\sqrt[3]{2^3}$       h)  $\sqrt[4]{(-2)^4}$   
i)  $\sqrt{\frac{16}{49}}$       j)  $\sqrt[3]{\frac{-64}{27}}$       k)  $\sqrt{(1+\sqrt{2})^2}$       l)  $\sqrt[3]{(1+\sqrt{2})^3}$   
m)  $\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$       n)  $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$       o)  $\sqrt[3]{(1-\sqrt{2})^3}$       p)  $\sqrt[4]{16x^8y^{12}}$   
q)  $\sqrt[8]{\frac{256x^{16}}{y^8}}$

8) Cambie la forma del radical extrayendo todos los factores posibles del radicando, considere que  $a, b, c, x, y$  son números reales positivos:

- a)  $\sqrt{8}$       b)  $\sqrt{0,27}$       c)  $\sqrt[3]{10000}$   
d)  $\sqrt{9a^2b^6c}$       e)  $\sqrt{90x^{-4}}$       f)  $\sqrt[3]{\frac{0,064a^8b^{10}}{c^{21}}}$   
g)  $x > 1 \sqrt[5]{243(x-1)^6}$       h)  $\sqrt{25(a-b)^4} \quad a > b$       i)  $\sqrt{27(\sqrt{5}-1)^2}$   
j)  $\sqrt[6]{(\sqrt{5}-1)^8}$

9) Resuelva las siguientes operaciones en  $\mathbb{R}$ , suponiendo que  $x, y, z$  son números reales positivos:

- a)  $\sqrt{x} \sqrt[3]{x^2} \sqrt[4]{x^3}$       b)  $\sqrt[3]{xy^2} \sqrt[5]{x^2y^3}$       c)  $\sqrt[3]{2z} \sqrt[6]{8xz}$   
d)  $\sqrt[4]{27x} \sqrt[6]{x^2y} \sqrt{xy} \sqrt[4]{3x} \sqrt[3]{x^2y}$       e)  $\sqrt[3]{\frac{1}{4}x} \sqrt[6]{2x^4} \sqrt{\frac{1}{2}x^3}$       f)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{4}}$   
g)  $\frac{\sqrt[3]{9x}}{\sqrt[4]{27x^2}}$       h)  $\sqrt[5]{xy^4z^2} : \sqrt[3]{y^2z}$       i)  $\frac{\sqrt[4]{2x^3}}{\sqrt[6]{2x^2}}$



10) Efectúe las siguientes operaciones, considere que a, b, y son números reales positivos

a) $\sqrt{2} - \sqrt{50} + 3\sqrt{72}$	b) $4\sqrt{3} - 6\sqrt{25} - 8\sqrt{27} + \sqrt{20}$
c) $3\sqrt{18} - 11\sqrt{2} + 2\sqrt{50}$	d) $\sqrt[4]{9y^8} + \sqrt[6]{27y^{12}}$
e) $\sqrt{81a^3} + \sqrt{9a^3} - \sqrt{25a^3}$	f) $a\sqrt{ab^3} - 2ab\sqrt{ab} + 2b\sqrt{a^3b} - 3\sqrt{a^3b^3}$
g) $\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{8})$	h) $\frac{(\sqrt{75} - \sqrt{27})}{\sqrt{3}}$
i) $\sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{24}) + \sqrt{98}$	j) $\sqrt{6}(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$
k) $\frac{\sqrt{14}\sqrt{6}}{\sqrt{15}\sqrt{10}}$	l) $\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{4}$
m) $(2 - \sqrt{5})^3$	n) $(2 + \sqrt{5})^2$

11) Marque con una cruz las expresiones con denominador irracional

$\frac{1}{\sqrt{9}}$

$\sqrt{\frac{2}{3}}$

$\sqrt{\frac{1}{2}}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1/2}$

$\frac{\sqrt{5}}{3}$

12) Realice las siguientes divisiones racionalizando los denominadores, sabiendo que a, b, c, d son números reales positivos

a)  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

c)  $\frac{ab\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{ab^2}}$

e)  $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{375}}$

g)  $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$

i)  $\frac{3}{\sqrt{\pi}}$

k)  $(2 - \sqrt{2})^{-1/2}$

m)  $\frac{1 - \sqrt{c}}{\sqrt[4]{c} - \sqrt{c}}$

o)  $\frac{\sqrt[3]{4a}\sqrt{2a}}{\sqrt[6]{8a^2}}$

b)  $\frac{x}{\sqrt[5]{x^4}}$

d)  $\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{12}}$

f)  $\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{a}}}$

h)  $\frac{3 - \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}}$

j)  $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$

l)  $\frac{\sqrt[3]{b^{-1}c}}{\sqrt[3]{a^{-2}b}}$

n)  $\frac{a}{\sqrt{a+1} - 1}$

p)  $\frac{1}{\sqrt{1 + \sqrt{2}}}$



13) Resuelva las siguientes operaciones:

a)  $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)^{-1}$

b)  $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^2$

c)  $\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}}$

d)  $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{8}-8}{\sqrt{8}-1}}$

e)  $\sqrt[3]{\frac{1}{4}} \sqrt[3]{\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{\sqrt{3}-1}}$

f)  $\frac{4ab}{\sqrt{a+b}-\sqrt{b}}$

14) Calcule el resultado de los siguientes ejercicios de 2 formas distintas:

a) Operando con radicales

b) Operando con exponentes racionales. Compare los resultados

I.  $\sqrt{x^3} \sqrt[3]{x^4}$

II.  $\sqrt[4]{8^3} : \sqrt[3]{8}$

III.  $\frac{\sqrt[5]{27a^2} \sqrt{9a^3}}{\sqrt[4]{a^2}}$

IV.  $(\sqrt[6]{16} : \sqrt[3]{\sqrt[3]{8}})^2$

15) Resuelva las siguientes operaciones con x e y números reales positivos:

a)  $(\sqrt[3]{9 \cdot x y^4})^3$

b)  $(\sqrt[3]{3y^2})^4$

c)  $(\sqrt{x^2 y})^4$

d)  $\sqrt[3]{\sqrt{32}}$

e)  $\sqrt[3]{\sqrt[10]{x^{12}}}$

16) Determine si las siguientes igualdades son correctas. Justifique adecuadamente su respuesta:

a)  $4 + \sqrt{3} = (1 + \sqrt{3})^2$

b)  $\sqrt{10} - \sqrt{2} + \sqrt{5} = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{2} - 1)$

c)  $1 + \sqrt{2} = \sqrt{3 + \sqrt{8}}$

d)  $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$

## 4 – 4.1 - RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS

### NÚMEROS IRRACIONALES- NÚMEROS REALES

$$-3 \in \mathbb{Z}; \in \mathbb{Q}$$

$$\frac{3}{2} \in \mathbb{Q}; \in \mathbb{F}$$

$$\sqrt{5} \in \mathbb{I}$$



## RADICALES

- 1) d)  $\sqrt{13-4} = \sqrt{9} = 3$       e)  $-(64)^{1/2} = -\sqrt{64} = -8$       i)  $2 \cdot (4^{3/2}) = 2 \cdot (\sqrt{4})^3 = 2 \cdot 8 = 16$
- 2)      d)  $\sqrt{-36} \notin \mathbb{R}$       f)  $\sqrt[5]{-32} = -2$       g)  $\sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$
- 3)      c)  $2^{-3/2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3/2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^3}$       g)  $(16^{-1/2})^3 = \left(\left(\frac{1}{16}\right)^{1/2}\right)^3 = \left(\sqrt{\frac{1}{16}}\right)^3 = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$
- 4)      c)  $\frac{1}{\sqrt[3]{b^4}} = \frac{1}{b^{4/3}} = b^{-4/3}$
- 5)      c) Está resuelto en forma correcta.  
d) Esta resuelto en forma correcta.  
e) No está resuelto en forma correcta pues :  $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$
- 6)      c)  $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = a$       con  $a > 0$   
h)  $(\sqrt[3]{-a})^3 = -a$   
j)  $\sqrt{-3^2} = \sqrt{-9}$  no está definido en el conjunto de  $\mathbb{R}$ .
- 7)      h)  $\sqrt[4]{(-2)^4} = \sqrt[4]{16} = 2$   
n)  $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = \sqrt{1-2\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2} = \sqrt{1-2\sqrt{2}}$   
o)  $\sqrt[3]{(1-\sqrt{2})^3} = 1-\sqrt{2}$   
q)  $\sqrt[8]{\frac{256x^{16}}{y^8}} = \sqrt[8]{\frac{2^8 x^{16}}{y^8}} = \frac{\sqrt[8]{2^8} \sqrt[8]{x^{16}}}{\sqrt[8]{y^8}} = \frac{2 \cdot x^2}{y}$
- 8)      f)  $\sqrt[3]{\frac{0,064a^8b^{10}}{c^{21}}} = \frac{\sqrt[3]{\frac{64}{1000}} \sqrt[3]{a^6 \cdot a^2} \sqrt[3]{b^9 \cdot b^1}}{\sqrt[3]{c^{21}}} = \frac{4 a^2 \sqrt[3]{a^2} b^3 \sqrt[3]{b}}{10 c^7} = \frac{2 a^2 b^3 \sqrt[3]{a^2 b}}{5 c^7}$   
g)  $\sqrt[5]{243(x-1)^6} = \sqrt[5]{3^5 (x-1)^5 (x-1)} = 3 \cdot (x-1) \cdot \sqrt[5]{x-1}$
- 9)      c)  $\sqrt[3]{2z} \cdot \sqrt[6]{8xz} = \sqrt[3]{2^2 z^2} \sqrt[6]{2^3 xz} = \sqrt[6]{2^5 xz^3}$   
h)  $\sqrt[5]{xy^4z^2} : \sqrt[3]{y^2z} = \frac{\sqrt[5]{x^3 y^{12} z^6}}{\sqrt[3]{y^{10} z^5}} = \sqrt[15]{\frac{x^3 y^{12} z^6}{y^{10} z^5}} = \sqrt[15]{x^3 y^2 z}$



10) d)  $\sqrt[4]{9y^8} + \sqrt[6]{27y^{12}} = \sqrt[4]{3^2} \sqrt[4]{y^8} + \sqrt[6]{3^3} \sqrt[6]{y^{12}} = y^2 \sqrt{3} + y^2 \sqrt{3} = 2y^2 \sqrt{3}$

i)  $\sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{24}) + \sqrt{98} = \sqrt{18} - \sqrt{72} + \sqrt{98} = \sqrt{3^2 \cdot 2} - \sqrt{3^2 \cdot 2^3} + \sqrt{7^2 \cdot 2} =$

$3\sqrt{2} - 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

h)  $\frac{(\sqrt{75} - \sqrt{27})}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5^2 \cdot 3} - \sqrt{3^3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(5-3)}{\sqrt{3}} = 2$

n)  $(2 + \sqrt{5})^2 = 2^2 + 4\sqrt{5} + \sqrt{5^2} = 4 + 5 + 4\sqrt{5} = 9 + 4\sqrt{5}$

11) Tienen denominador irracional :  $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

12) e)  $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{375}} = \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{5^3 \cdot 3}} = \frac{\sqrt[3]{3^2}}{5 \cdot \sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[3]{3^2}}{5 \cdot \sqrt[3]{3^2}} = \frac{\sqrt[3]{3^4}}{5 \cdot \sqrt[3]{3^3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{3}}{5 \cdot 3} = \frac{\sqrt[3]{3}}{5}$

m)  $\frac{1 - \sqrt{c}}{\sqrt[4]{c} - \sqrt{c}} = \frac{1 - \sqrt{c}}{\sqrt[4]{c} - \sqrt{c}} \cdot \frac{\sqrt[4]{c} + \sqrt{c}}{\sqrt[4]{c} + \sqrt{c}} = \frac{(1 - \sqrt{c})(\sqrt[4]{c} + \sqrt{c})}{(\sqrt[4]{c} + \sqrt{c})(\sqrt[4]{c} - \sqrt{c})} = \frac{(1 - \sqrt{c})(\sqrt[4]{c} + \sqrt{c})}{(\sqrt[4]{c^2} - \sqrt{c^2})} =$

$\frac{(1 - \sqrt{c})(\sqrt[4]{c} + \sqrt{c})}{\sqrt{c} - c} = \frac{(1 - \sqrt{c})(\sqrt[4]{c} + \sqrt{c})}{\sqrt{c} - c} \cdot \frac{(\sqrt{c} + c)}{(\sqrt{c} - c)(\sqrt{c} + c)} = \frac{(1 - \sqrt{c})(\sqrt[4]{c} + \sqrt{c})(\sqrt{c} + c)}{c - c^2}$

13) b)  $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^2 = \frac{\sqrt{2^2}}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2} = \frac{2}{5 + 2\sqrt{6}} = \frac{2}{(5 + 2\sqrt{6})} \cdot \frac{(5 - 2\sqrt{6})}{(5 - 2\sqrt{6})}$   
 $= \frac{2 \cdot (5 - 2\sqrt{6})}{25 - 4 \cdot 6} = \frac{2 \cdot (5 - 2\sqrt{6})}{1} = 2 \cdot (5 - 2\sqrt{6})$

d)  $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{8} - 8}{\sqrt{8} - 1}} = \sqrt[3]{\frac{(\sqrt{8} - 8) \cdot (\sqrt{8} + 1)}{(\sqrt{8} - 1)(\sqrt{8} + 1)}} = \sqrt[3]{\frac{(\sqrt{8} - 8) \cdot (\sqrt{8} + 1)}{(\sqrt{8^2} - 1)}} = \sqrt[3]{\frac{8 - 8\sqrt{8} + \sqrt{8} - 8}{7}}$   
 $= \sqrt[3]{\frac{-7\sqrt{8}}{7}} = \sqrt[3]{-\sqrt{8}} = -\sqrt[6]{2^3} = -\sqrt{2}$

14) II) a)  $\sqrt[4]{8^3} : \sqrt[3]{8} = \sqrt[4]{(2^3)^3} : \sqrt[3]{(2)^3} = \sqrt[4]{2^{27}} : \sqrt[3]{2^{12}} = \sqrt[4]{2^{27}} : \sqrt[3]{2^{12}} = \sqrt[4]{2^{27}} : \sqrt[3]{2^{12}} = \sqrt[4]{2^5} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2} = 2 \cdot \sqrt[4]{2}$

b)  $8^{\frac{3}{4}} : 8^{\frac{1}{3}} = 8^{\frac{3}{4} - \frac{1}{3}} = 8^{\frac{5}{12}} = (2)^{\frac{5}{12} \cdot 3} = 2^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{2^5} = 2 \cdot \sqrt[4]{2}$

15) e)  $\sqrt[3]{\sqrt[10]{x^{12}}} \text{ loo} = \sqrt[30]{x^{12}} = \sqrt[5]{x^2}$



## 5 - EXPRESIONES ALGEBRAICAS

1) Marque con una cruz las expresiones algebraicas que son polinomios

- $16 + x^{-1} + 3x^{-2}$         $\sqrt[5]{x^2} - 9$         $\sqrt{\frac{2x+1}{3}}$   
  $\sqrt{3} \cdot x^2 - 3x + 5$         $\frac{2}{5}x^{10} - 5x^6 + 7x - 8$         $\frac{x^5}{10} - \frac{x}{5}$

2) Dados los siguientes polinomios:

$$P(x) = 2x^2 - 3 \quad ; \quad Q(x) = 5x + 1 \quad ; \quad T(x) = -6x^3 + 2x^2 + 7$$

a) Resuelva los siguientes cálculos combinados:

- i)  $P(x) \cdot Q(x) - T(x)$       ii)  $T(x) \cdot [Q(x) + P(x)]$       iii)  $[Q(x)]^2 - T(x)$

b) Indique grado, término lineal y término independiente de los polinomios resultantes

3) Dados los siguientes polinomios:  $P(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 2$  ;  $Q(x) = x^2 - 1$

$T(x) = x - 1$ . Calcule las siguientes operaciones:

- a)  $P(x) : Q(x)$       b)  $P(x) : T(x)$       c)  $Q(x) : T(x)$       d)  $[P(x) + Q(x)] : (x + 2)$

4) Opere en forma horizontal

- a)  $(-3x)(2x - 1)\left(\frac{1}{2}x - 4\right)$   
b)  $\left[2 - \frac{3}{2}(4x - 6)\right] - (3x - 5)(-x + 1)$   
c)  $(2x - 1)^2 - (2x + 1)^3$   
d)  $3x\left(x^2 - \frac{1}{3}\right)^2 + (x - 3)2x - 1$

5) Factoree los siguientes polinomios:

- a)  $24x^5 + 18x^4 - 30x^2$       b)  $\frac{15}{16}x^4 - \frac{21}{40}x^3 - \frac{9}{28}x$   
c)  $\frac{5}{4}x^3 - 15ax^4$       d)  $2 \cdot (x-y) + 3 \cdot (x-y)^2$   
e)  $12x^3y - 4x^2 + 8x^4$       f)  $4 \cdot (m-n) - (m-n)^2$   
g)  $10(a-b)^3 - 5(b-a)$       h)  $x^6 + 2x^5 + x^4 + 2x^3 + 2x + 4$   
i)  $2x^5 - x^4 + 6x^3 - 3x^2 + 8x - 4$       j)  $x^5 - 4x^3 - 8x^2 + 32$   
k)  $y^4 - y^3 + y - 1$



6) Factoree los siguientes binomios:

a)  $\frac{1}{4}x^2 - 9$

b)  $0,49 - x^2$

c)  $x^3 - 8$

d)  $25x^2 - 4$

e)  $x^2 - \frac{49}{121}$

f)  $x^4 - 625$

g)  $a^5 - \frac{1}{32}$

h)  $y^6 - 64$

i)  $x^7 + 1$

l)  $x^4 - 36$

j)  $125m^3 - 27$

k)  $x^2 - (2x - y)^2$

m)  $1 + 27x^3$

7) Marque con una cruz los polinomios que sean trinomios cuadrados perfectos:

a)  $x^2 - 10x - 25$

b)  $x^2 - 10x + 25$

c)  $y^2 - y + \frac{1}{4}$

d)  $x^2 + 10x - 25$

e)  $x^2 + 5x + \frac{25}{4}$

f)  $x^2 - 8x + 4$

8) Complete con el término adecuado para que el trinomio resulte cuadrado perfecto y factoree

a)  $\frac{1}{9}x^2 + \frac{4}{49}y^2 + \dots$

d)  $x^2 + \frac{5}{3}x + \dots$

b)  $16y^2 - 56y + \dots$

e)  $64x^2 + \frac{1}{16} + \dots$

c)  $x^4 - 4x^2 + \dots$

9) Califique con Verdadero o falso según corresponda. Justifica tu respuesta adecuadamente:

a)  $x^2 - 2x + 1 = (x+1)^2$

b)  $x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$

c)  $x^2 + 2x - 1 = (x-1)^2$

d)  $1 + 3x^2 - 3x - x^3 = (1-x)^3$

e)  $x^3 - 27x^2 + 9x - 27 = (x-3)^3$

f)  $27 + x^3 + 9x^2 + 27x = (x+3)^3$

10) Factoree los siguientes trinomios:

a)  $x^2 + 3x + \frac{9}{4}$

b)  $4x^2 - 4x + 1$

c)  $x^2 + 4x + 4$

d)  $x^2 + 2x - 15$

e)  $y^6 + 2y^3 + 1$

f)  $5x^2 + 12x - 9$

g)  $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

h)  $x^4 + x^2 + \frac{1}{4}$





11) Factoree los siguientes polinomios:

- |  |  |
|--|--|
| a) $x^3 + 15x^2 + 75x + 125$                   | b) $8t^3 - 3t^2 + \frac{3}{8}t - \frac{1}{64}$ |
| c) $3am - 12mx^2 + ax - 4x^3$                  | d) $-4x^2 + 8x - 4$                            |
| e) $x^3 + x^2 + \frac{1}{4}x$                  | f) $x^3 - 3x^2 - x + 3$                        |
| g) $-2x^3 + 3x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{4}$ | h) $x^4 - x^2$                                 |
| i) $x^3 - x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{9}{4}$    | j) $x^6 - \frac{1}{16}x^2$                     |
| k) $-x^4 + 3x^3 - \frac{9}{4}x^2$              | l) $20x^3 - 60x^2 + 45x$                       |
| m) $\frac{3}{4}x^5 - \frac{3}{32}x^2$          | n) $2x^4 - 2x$                                 |

## 5 - RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS

- 1)   $16 + x^{-1}$                         $\sqrt[5]{x^2 - 9}$                         $\sqrt{\frac{2x+1}{3}}$   
  $\sqrt{3} \cdot x^2 - 3x + 5$                         $\frac{2}{5}x^{10} - 5x^6 + 7x - 8$                         $\frac{x^5}{10} - \frac{x}{5}$

2) **iii)**  $[Q(x)]^2 - T(x)$   
 $[Q(x)]^2 = (5x+1)^2 = 25x^2 + 10x + 1$   
 $[Q(x)]^2 - T(x) = 25x^2 + 10x + 1 - (-6x^3 + 2x^2 + 7) = 25x^2 + 10x + 1 + 6x^3 - 2x^2 - 7 =$   
 $6x^3 + 23x^2 + 10x - 6$

3) **d)**  $P(x) + Q(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 2 + x^2 - 1 = x^4 + 2x^3 + 0x^2 + 0x - 3$   
 Para realizar  $(P(x) + Q(x)) : (x+2)$  aplico Regla de Ruffini

1	2	0	0	-3	Polinomio Cociente = $1 \cdot x^3$
-2	-2	0	0	0	Resto = -3
1	0	0	0	-3	

5) **d)**  $2 \cdot (x-y) + 3 \cdot (x-y)^2 = (x-y) \cdot (2 + 3 \cdot (x-y)) = (x-y) \cdot (2 + 3x - 3y)$   
**i)**  $2x^5 - x^4 + 6x^3 - 3x^2 + 8x - 4 = (2x^5 - x^4) + (6x^3 - 3x^2) + (8x - 4) =$   
 $x^4(2x-1) + 3x^2(2x-1) + 4(2x-1) = (2x-1) \cdot (x^4 + 3x^2 + 4)$



6) e)  $x^2 - \frac{49}{121} = \left(x - \frac{7}{11}\right)\left(x + \frac{7}{11}\right)$

j)  $125m^3 - 27 = (5m)^3 - 3^3 = (5m-3)\cdot(25m^2+15m+9)$

k)  $x^2 - (2x-y)^2 = [x-(2x-y)] \cdot [x+(2x-y)] = (x-2x+y)\cdot(x+2x-y) = (y-x)\cdot(3x-y)$

7) Son trinomios cuadrados perfectos:      b)      c)      e)

9) a) La proposición es falsa pues  $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$

d) La proposición es verdadera pues  $(1-x)^3 = 1-3\cdot x+3\cdot x^2-x^3$

10) d)  $x^2 + 2x - 15 = (x-3)\cdot(x+5)$

h)  $x^4 + x^2 + \frac{1}{4}$

Hago cambio de variables  $t = x^2$

$$t^2 + t + \frac{1}{4} = \left(t + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$x^4 + x^2 + \frac{1}{4} = \left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^2$$

11) k)  $-x^4 + 3x^3 - \frac{9}{4}x^2 = -x^2 \cdot \left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) = -x^2 \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right)^2$

i)  $x^3 - x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{9}{4} = (x^3 - x^2) + \left(-\frac{9}{4}x + \frac{9}{4}\right) = x^2(x-1) - \frac{9}{4}(x-1) = (x-1) \cdot \left(x^2 - \frac{9}{4}\right)$

$$= (x-1) \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2}\right)$$

## 5.1 - EXPRESIONES ALGEBRAICAS FRACCIONARIAS

1) Marque con una cruz las expresiones algebraicas fraccionarias

$3x^2 - \frac{1}{3}x + 5$

$5\cdot x^{-2}$

$\frac{x-2}{4}$

$\frac{x+3}{x^5}$

$\frac{x-3}{x^{-1}}$

$\frac{2x}{5\left(\frac{1}{x}\right)^{-1} + 2}$



2)

i) Determine para qué valores de  $x$  están definidas las siguientes expresiones algebraicas fraccionarias.

ii) Simplifique cuando sea posible:

a) $\frac{x^3 + x^2 - x - 1}{3x^2 - 3}$	b) $\frac{x^3 - x^2}{x^3 + x^2 - 2x}$
c) $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^3 - 9x^2 + 27x - 27}$	d) $\frac{x^5 - 16x}{x^2 - 2x}$
e) $\frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 - 25}$	f) $\frac{x^3 - x^2 + 4x - 4}{x^4 - 16}$
g) $\frac{x - 5}{2x - 10}$	h) $\frac{2x^2 + x}{x}$
i) $\frac{-x^2 + x + 12}{x + 3}$	j) $\frac{x - 2}{x^3 - 8}$
k) $\frac{x^3 - 64}{4x - x^2}$	l) $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4}$
m) $\frac{x^2 - 3x - 10}{(x + 2)^2}$	n) $\frac{x^3 - 1}{x^2 - 2x + 1}$

3) Resuelva las siguientes operaciones:

a)  $\frac{7 - x^2}{x^2 - 1} + \frac{x^2 - x - 6}{(x - 1)(x + 1)}$

b)  $1 + \frac{x - y}{x + y}$

c)  $\frac{1}{x - 2} + \frac{1}{x + 2}$

d)  $\frac{8}{x^2 - 4} + \frac{x + 4}{x + 2}$

e)  $\frac{x^2 + 2}{(x - 2)(x^4 - 1)} - \frac{3x}{x^5 - 2x^4 - x + 2}$

f)  $\frac{2}{3x - x^2} \cdot \frac{x - 3}{x}$

g)  $\frac{x - \frac{1}{2}}{x^2 - 2x + 4} \cdot (x^3 + 8) \cdot \frac{-8x}{2x^2 + 3x - 2}$

h)  $\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} : \frac{2x^4 + 4x^3 + 8x^2}{2x^3 + 4x^2}$

i)  $\frac{x^2 - x + 6}{1 - x^2} : \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + x - 2}$

j)  $\left( \frac{x}{x - 3} + \frac{2}{x^2 - 6x + 9} \right) : \frac{x - 2}{x + 3}$



$$\text{k) } \frac{\frac{x^2 + 2x - 3 - x(x+3)}{x+3} \cdot \frac{4}{4}}{(x+4)^2 : x+4}$$

$$\text{l) } \frac{x^2 - 25}{x^2 - 2x - 3} \cdot \frac{x-3}{x^2 + 10x + 25} - \frac{x+5}{x^2 + 6x + 5}$$

$$\text{m) } \frac{\frac{x^2 - 4}{x^4 - 16}}{\frac{x^2 + 4x + 4}{x+2}}$$

$$\text{n) } \left(1 - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(\frac{2x}{x^2 - 1} - \frac{1}{x+1}\right)$$

$$\text{o) } \frac{1 - \frac{1}{x+1}}{1 + \frac{1}{x-1}}$$

## 5.1 - RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS

1) Son expresiones algebraicas fraccionarias:

$$5. x^{-2} = \frac{5}{x^2}$$

$$\frac{\frac{x+3}{x^5}}{\frac{2x}{5x+2}}$$

$$\text{2) e) i) } \frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 - 25} = \frac{x^2 + 7x + 10}{(x-5) \cdot (x+5)} \text{ está definida } \forall x \in \mathbb{R}, x \neq 5, x \neq -5$$

$$\text{ii) } \frac{x^2 + 7x + 10}{(x-5) \cdot (x+5)} = \frac{(x+2) \cdot (x+5)}{(x-5) \cdot (x+5)} = \frac{x+2}{x-5}$$

$$\text{3) d) } \frac{8}{x^2 - 4} + \frac{x+4}{x+2} = \frac{8}{(x-2) \cdot (x+2)} + \frac{x+4}{x+2} = \frac{8 + (x-2) \cdot (x+4)}{(x-2) \cdot (x+2)} = \frac{x^2 + 2x}{(x-2) \cdot (x+2)} =$$

$$\frac{x \cdot (x+2)}{(x-2) \cdot (x+2)} = \frac{x}{x-2} \quad \forall x \in \mathbb{R}, x \neq 2, x \neq -2$$

$$\text{m) } \frac{\frac{x^2 - 4}{x^4 - 16}}{\frac{x^2 + 4x + 4}{x+2}} = \frac{(x^2 - 4)}{(x^2 - 4) \cdot (x^2 + 4)} : \frac{(x+2)^2}{x+2} = \frac{1}{(x^2 + 4)} \cdot \frac{1}{(x+2)}$$



## 6 - RECTA

1) Complete la siguiente tabla:

Ecuación de la Recta	Pendiente	Ordenada al Origen	Absisa al origen
i- $Y=2x-3$			
ii- $Y=5x+2$			
iii- $Y=-2x$			
iv- $Y=4x+5/2$			
v- $Y=-1/2+3x$			
vi- $Y=-1/4x+2$			
vii- $Y=-3/4x-3$			

2) Grafica las ecuaciones del punto 1.

3) Representa las siguientes rectas, sabiendo que:

- Tiene pendiente -3 y ordenada en el origen -1.
- Tiene por pendiente 4 y pasa por el punto (-3, 2).
- Pasa por los puntos A=(-1, 5) y B=(3, 7).
- Pasa por el punto P=(2, -3) y es paralela a la recta de ecuación  $y = -x + 7$ .

4) En las 20 primeras semanas de cultivo de una planta, que medía 4 cm, se ha observado que su crecimiento es directamente proporcional al tiempo, viendo que en la primera semana ha pasado a medir 4,8 cm. Plantea una ecuación que relacione la altura de la planta según el tiempo y representa gráficamente.

5) Por el alquiler de un coche se cobran \$120 diarios más \$2 por kilómetro:

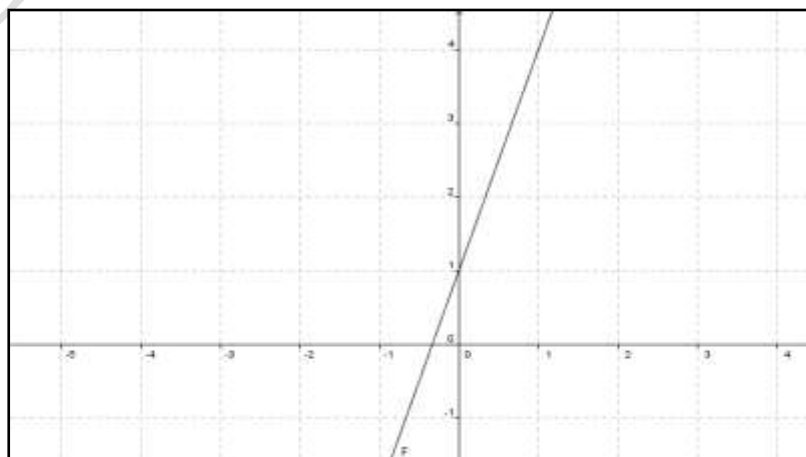
- Encuentra la ecuación que relaciona el costo diario con el número de kilómetros y represéntala.
- Si en un día se ha hecho un total de 415 km, ¿qué importe debemos abonar?

6) Calcular los coeficientes de la ecuación

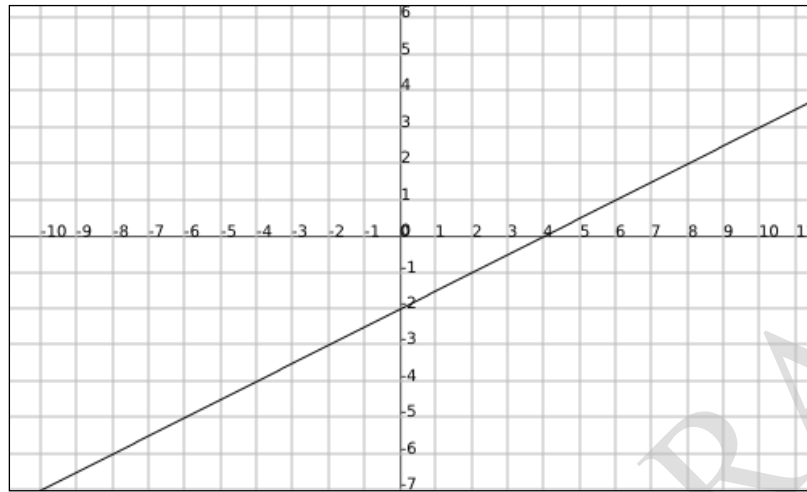
$$y = ax + b, \text{ si } (1,2); (3,4) \text{ e a la ecuación}$$

7) Determina la pendiente, ordenada al origen y fórmula de la ecuación de las rectas cuyas gráficas se dan a continuación:

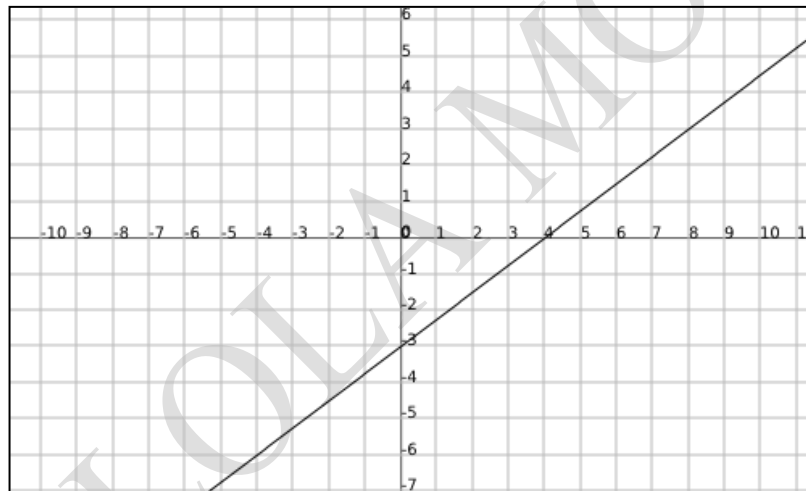
i)



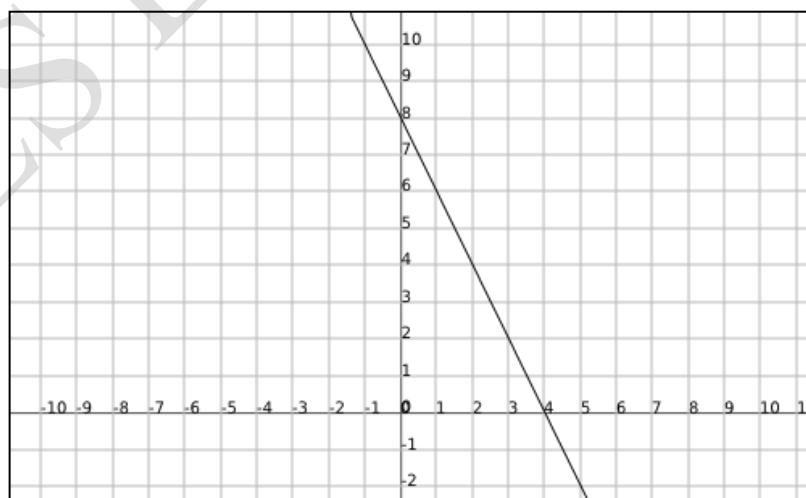
ii)



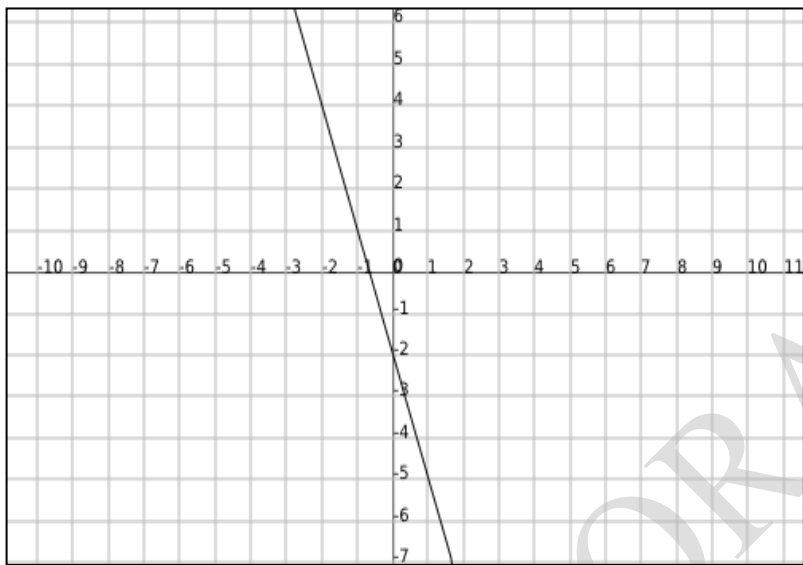
iii)



iv)



v)

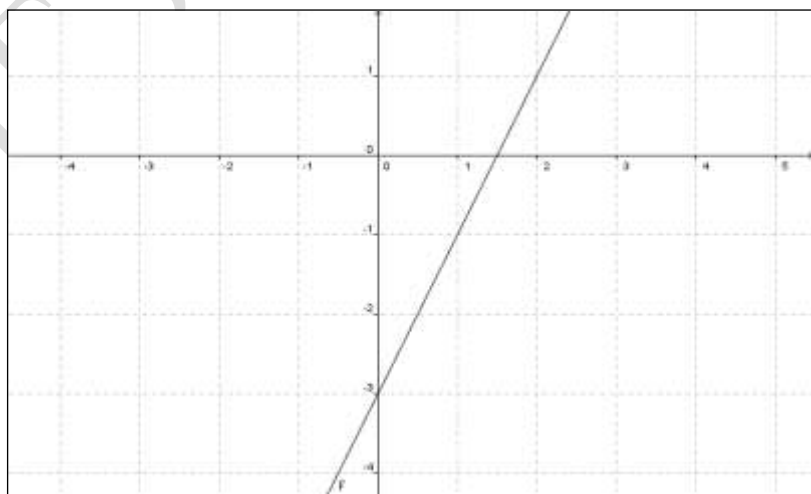


## 6 - EJERCICIOS RESUELTOS

1)

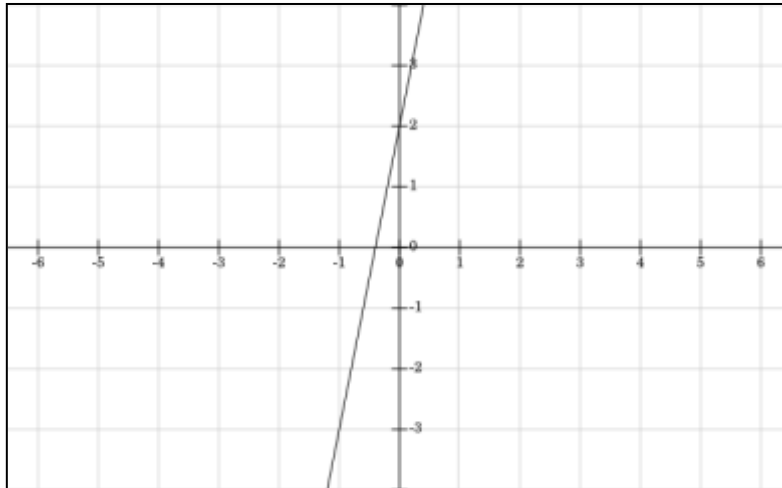
Rectas	Pendiente	Ordenada al Origen	Corte con el eje x
i) $Y=2x-3$	2	-3	$3/2$
ii) $Y=5x+2$	5	2	$-2/5$
iii) $Y=-2x$	-2	0	0
iv) $Y=4x+5/2$	4	$5/2$	$-5/8$
v) $Y=-1/2+3x$	3	$-1/2$	$1/6$
vi) $Y=-1/4x+2$	$-1/4$	2	8
vii) $Y=-3/4x-3$	$-3/4$	-3	-4

2) i)

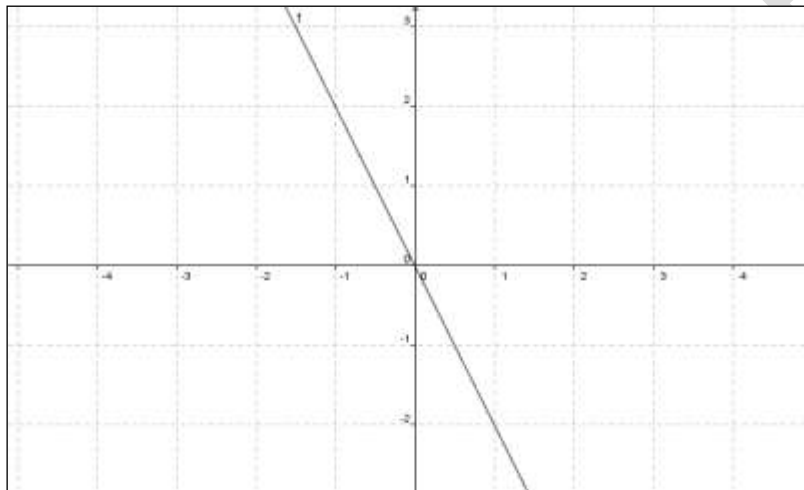




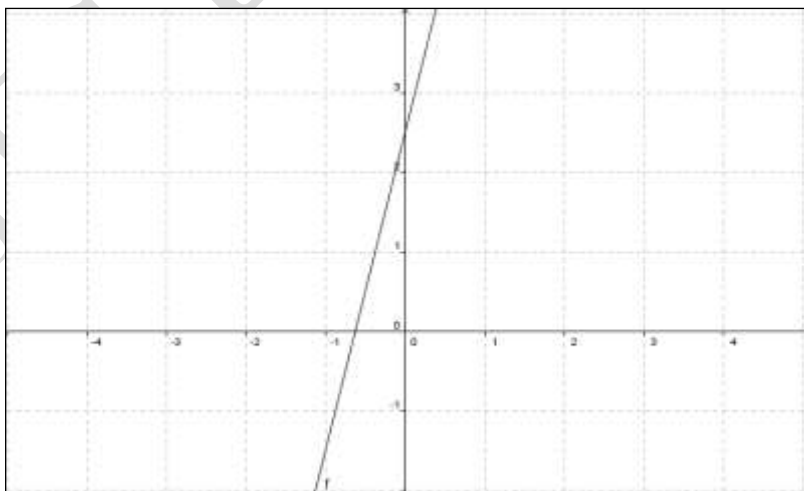
ii)



iii)



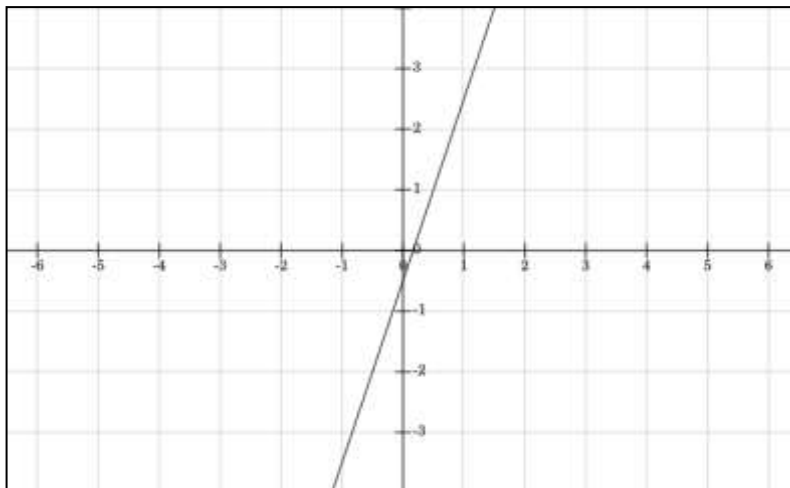
iv)



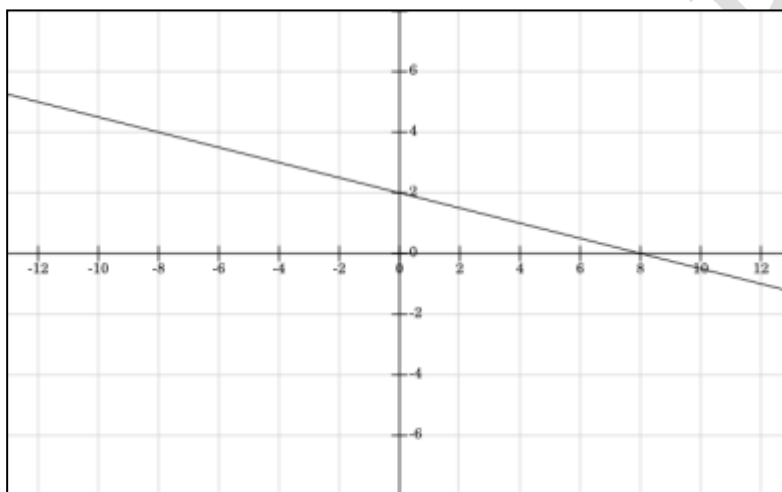




v)

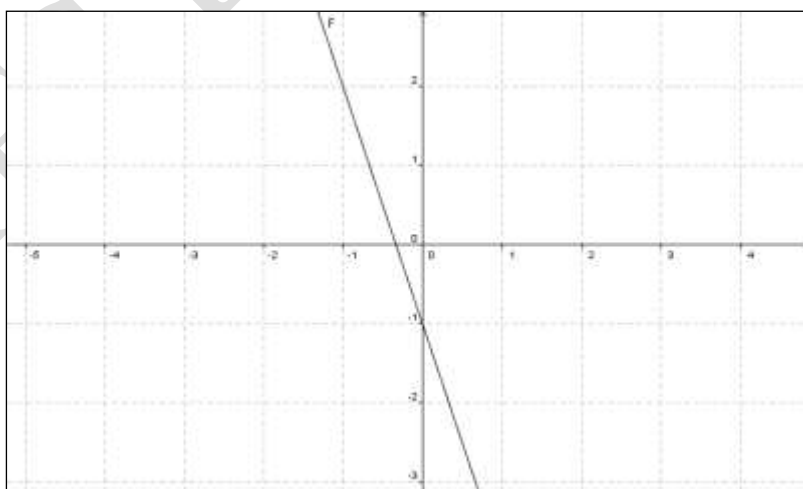


vi)



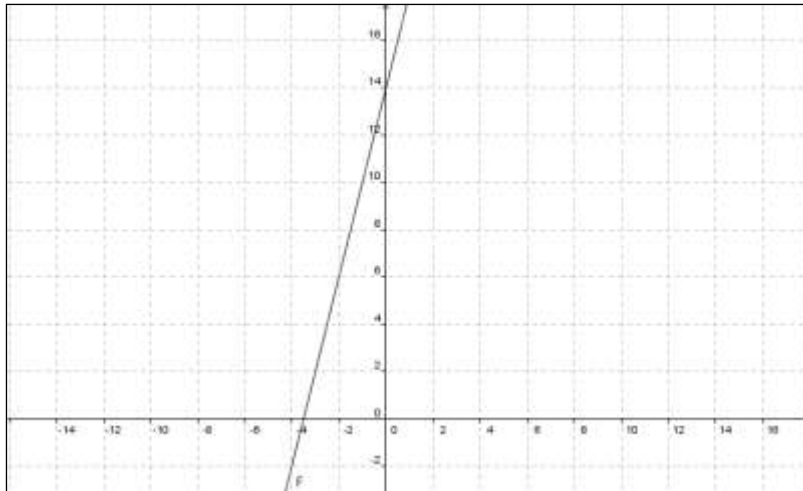
3)

a)

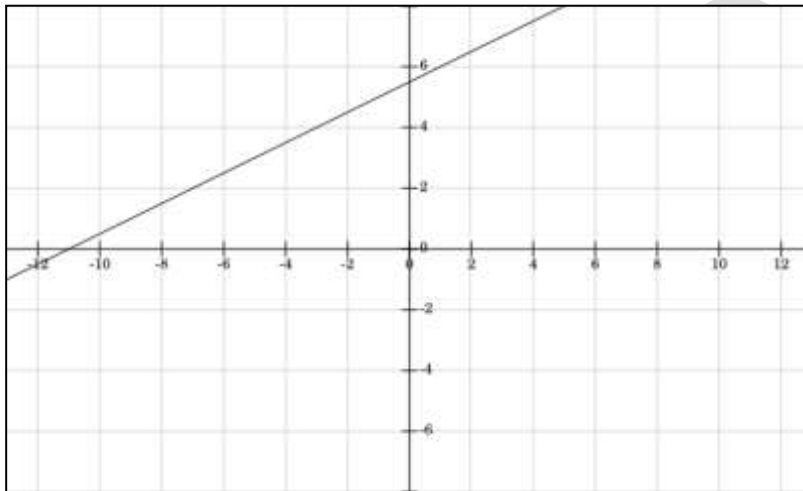




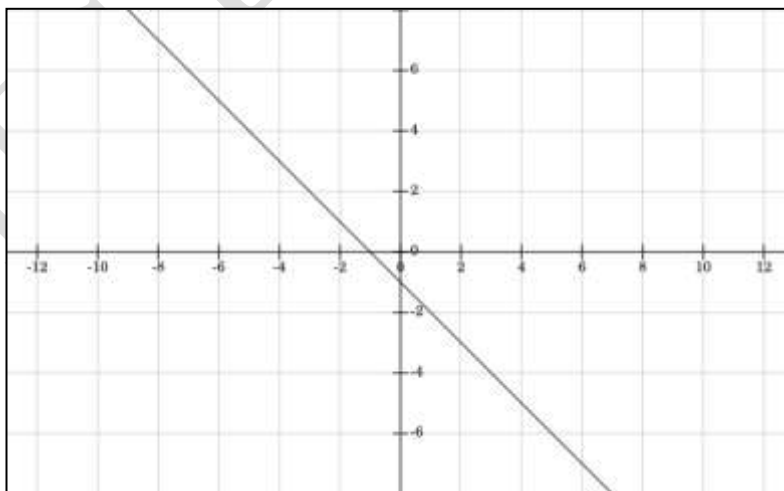
b)



c)



d)





5) a)  $y(\text{km}) = 2 \cdot \text{km} + 120 \rightarrow y(U) = \text{costo diario en } \$$

$\rightarrow \text{km} = \text{Número de kilómetros recorridos}$

b)  $y(\text{km}) = 2 \cdot 415 + 120 \rightarrow y(\text{km}) = 950$

6)  $a=1$  y  $b=1$

7)

i)  $y=3x+1$

iv)  $y=-2x+8$

ii)  $y=1/2x-2$

v)  $y=-3x-2$

iii)  $y=3/4x-3$

## 7. PARÁBOLA DE EJE VERTICAL

1) Completar la tabla:

Ecuación Canónica de la Parábola	Coordenadas del vértice	Ecuación del eje de simetría
$y = (x + 3)^2 + 1$		
$y = (x - 2)^2$		
$y = -(x + 5)^2 - 9$		
$y = x^2 + 4$		

2) Para cada una de las parábolas cuyas ecuaciones son las siguientes se pide :

- Intersección con los ejes.
- Forma canónica, vértice, eje de simetría, mayor o menor valor de la parábola.
- Gráfica.

i)  $y=2x^2-x+1$

ii)  $y=x^2+3x+2$

iii)  $y=-x^2+2$

iv)  $y=1/2x^2-x+1/2$

v)  $y=2x^2-4x+6$

vi)  $y=x^2-5/2x+1$

vii)  $y=-x^2+2x$

viii)  $y=3x^2-2x+1$

ix)  $y=-x^2-1/4x+2$

x)  $y=1/3x^2+2x+21$

xi)  $y=2x^2-12x+19$

xii)  $y=1/5x^2-8/5x+31/5$

3) Una empresa constructora describe el beneficio por día (en \$) de acuerdo con cierto material que vende (en kg) según la fórmula:  $B(x) = -x^2 + 16x - 20$ . Escribir la ecuación en su forma canónica y representar. ¿Cuánto dinero pierde si no vende ningún kg de material? ¿Cuántos kg debe vender para que el beneficio sea máximo y cuál es la ganancia?



4) El número de ciervos que se introdujeron en una isla luego de un tiempo  $t$  (en años) está dado por  $N(t) = -t^2 + 21t + 100$ . Expresar la ecuación en forma canónica y representar. ¿Cuántos ciervos había inicialmente y cuándo se extinguirán? ¿A partir de cuántos años la manada comienza a decrecer?

5) Un grupo de biólogos estudia las características de un lago artificial en el cual introdujeron un conjunto de peces para analizar la evolución de esta población. En un principio, la colonia crece reproduciéndole normalmente, pero al cabo de unos meses algunos peces mueren, a causa del hacinamiento. Uno de los científicos plantea:

“...He llamado  $x$  a los días que han transcurrido y  $N$  a la cantidad de peces...”.

Mis registros indican que el conjunto de peces evoluciona según la ley :

$$N = 240 + 10x - \frac{1}{10}x^2$$

Debemos hacer algo rápidamente ya que, con esta proyección, pronto se extinguirán.

Sobre la base de la ecuación dada por ese científico:

- ¿Cuántos peces introdujeron en el lago?
- ¿Cuál fue la cantidad máxima que llegó a haber? ¿en qué momento?
- ¿Cuándo se extinguiría esa población?
- Graficar usando escalas adecuadas en cada eje.
- ¿Durante cuánto tiempo la cantidad de peces fue aumentando?

6) Desde la azotea de un edificio un objeto es lanzado hacia arriba

La distancia  $d$ , medida en metros, que hay entre el objeto y el suelo a los  $t$  segundos está dada por:  $d = -44t^2 + 44t + 33$ .

- Calcular la distancia máxima entre el objeto y el suelo.
- Obtener la altura del edificio.
- ¿Cuántos segundos demora el objeto lanzado en llegar al suelo?

7) La ganancia de una fábrica de helados está descrita por una ecuación cuadrática. Si no se vende ningún kilo, el comerciante pierde \$ 450. No gana ni pierde si el volumen de ventas es de 10 o de 90 Kg.

a) Seleccione la ecuación correcta:

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 50x - 450 \quad \text{o}$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - 50x - 450$$

- ¿Cuál debe ser la venta para obtener la ganancia máxima?  
¿De cuánto es la ganancia máxima?
- Graficar



8) Un científico ha determinado la temperatura “y” [° C] de una sustancia en el tiempo x [minutos] viene dada por la siguiente ecuación :

$$y = ax^2 + bx$$

Sabiendo que cuando  $x = 1$  minuto la temperatura será de  $1^{\circ}\text{C}$  y a los 4 minutos es de  $-20^{\circ}\text{C}$ , se pide :

- a) Calcular a y b
- b) ¿En qué tiempo la temperatura es máxima, y cuánto vale dicha temperatura?
- c) ¿Cuál es la temperatura a los 60 segundos?
- d) ¿En qué tiempo la temperatura es de  $5^{\circ}\text{C}$ ?
- e) Graficar la ecuación.

9) Dada la función cuadrática “ $y = x^2 + 4x$ ”, se pide :

- a) Estudio analítico completo ( coordenadas del Vertice, ecuación del eje de simetría, intersección con los eje). Grafique
- b) Hallar gráfica y analíticamente , el punto de intersección de la parábola con la recta de ecuación  $x - y - 2 = 0$

## 7 - EJERCICIOS RESUELTOS:

1)

Ecuación cuadrática	Coordenadas del vértice	Ecuación del eje de simetría
$y = (x + 3)^2 + 1$	(-3;1)	$x = -3$
$y = (x - 2)^2$	(2;0)	$x = 2$
$y = -(x + 5)^2 - 9$	(-5;-9)	$x = -5$
$y = x^2 + 4$	(0;4)	$x = 0$

2)

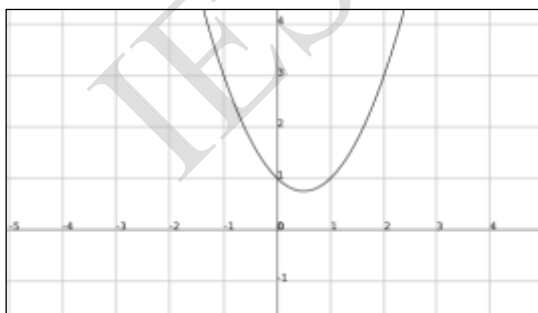
Ecuación	Intersección con los ejes:	Forma Canónica:	Vértice:	Eje de simetría:	Mayor o menor valor de la función:
i) $y = 2x^2 - x + 1$	-No corta al eje x -Corta a eje y en (0;1)	$y = 2(x - 1/4)^2 + 7/8$	(1/4;7/8)	$x = 1/4$	Menor valor en (1/4;7/8)
ii) $y = x^2 + 3x + 2$	-corta al eje x en : (-2;0) , (-1;0) corta al eje y en: (0;2)	$y = (x + 3/2)^2 - 1/4$	(-3/2;-1/4)	$x = -3/2$	Menor valor en (-3/2;-1/4)



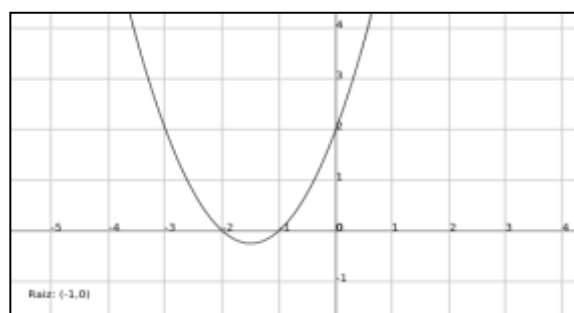
<b>iii)</b> $y = -x^2 + 2$	-corta al eje x en: $(\sqrt{2}; 0)$ y $(-\sqrt{2}; 0)$ -corta al eje y en : $(0; 2)$	$y = -(x)^2 + 2$	$(0; 2)$	$x = 0$	Mayor valor en: $(0; 2)$
<b>iv)</b> $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$	-corta al eje x en: $(1; 0)$ -corta al eje y en: $(0; 1/2)$	$y = 1/2(x-1)^2$	$(1; 0)$	$x = 1$	Menor valor en $(1; 0)$
<b>v)</b> $y = 2x^2 - 4x + 6$	-no corta al eje x -corta al eje y en : $(0; 6)$	$y = 2(x-1)^2 + 4$	$(1; 4)$	$x = 1$	Menor valor en $(1; 4)$
<b>vi)</b> $y = x^2 - \frac{5}{2}x + 1$	- corta al eje x en: $(1/2; 0)$ y $(2; 0)$ -corta al eje y en : $(0; 1)$	$y = (x - 5/4)^2 - 9/16$ $y = \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}$	$(5/4, -9/16)$	$x = -5/4$	Menor valor en: $(5/4, -9/16)$
<b>vii)</b> $y = -x^2 + 2x$	-corta al eje x en: $(2; 0)$ y $(0; 0)$ -corta al eje y en: $(0; 0)$	$y = -(x-1)^2 + 1$	$(1; 1)$	$x = 1$	Mayor valor en: $(1; 1)$

Gráficas:

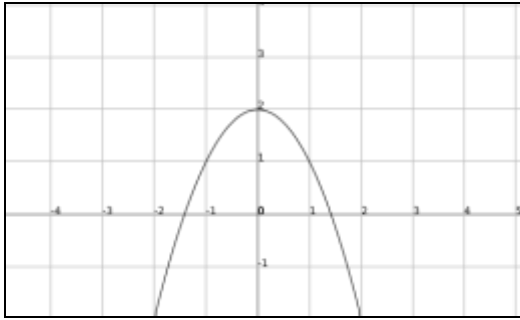
i)



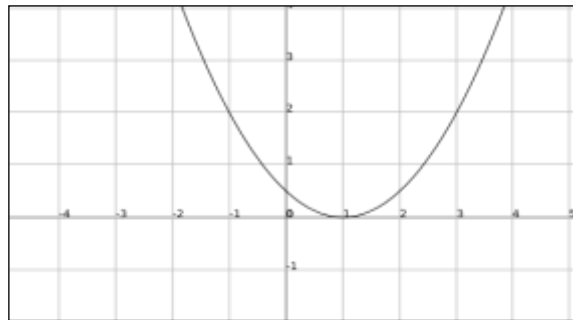
ii)



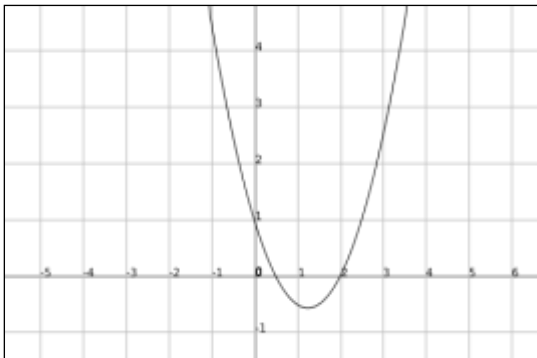
iii)



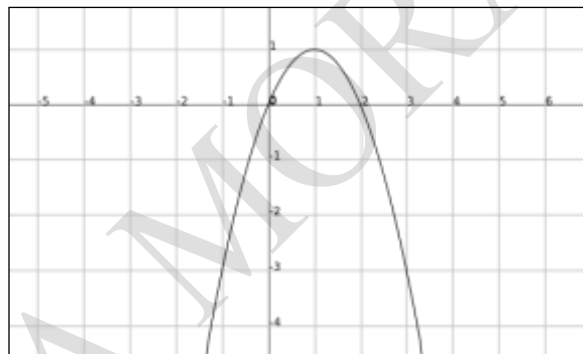
iv)



v)

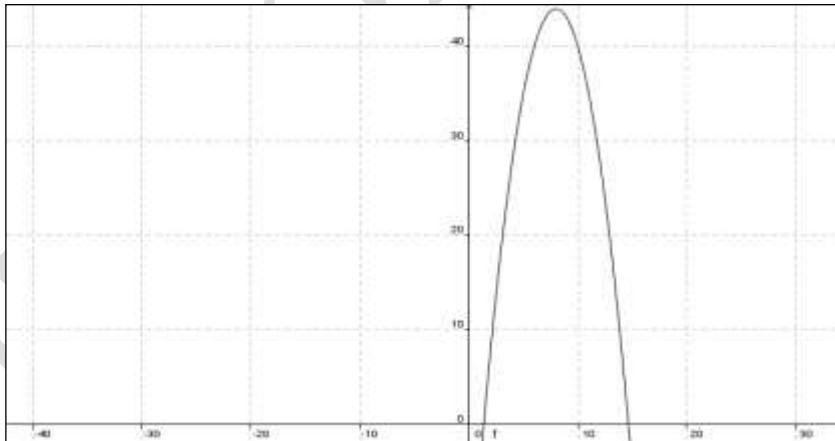


vi)



3) Forma canónica:  $y = -(x-8)^2 + 44$ .

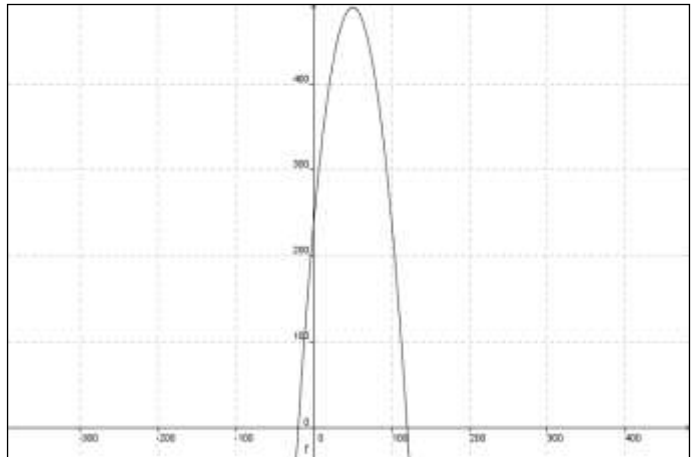
Gráfica:



Si no vende ningún Kg, pierde \$20. Para que el beneficio sea máximo debe vender 8 Kg y en tal caso la ganancia es de \$44.

5)

- a) Introdujeron 240 peces
  - b) Llegó a haber 490 peces a los 50 días.
  - c) Se extinguirían a los 120 días.
  - d) Grafica:
- e) La cantidad de peces fue aumentando durante 50 días.



9) a) Tiene vértice en  $(-2;-4)$

Eje de simetría  $x=-2$

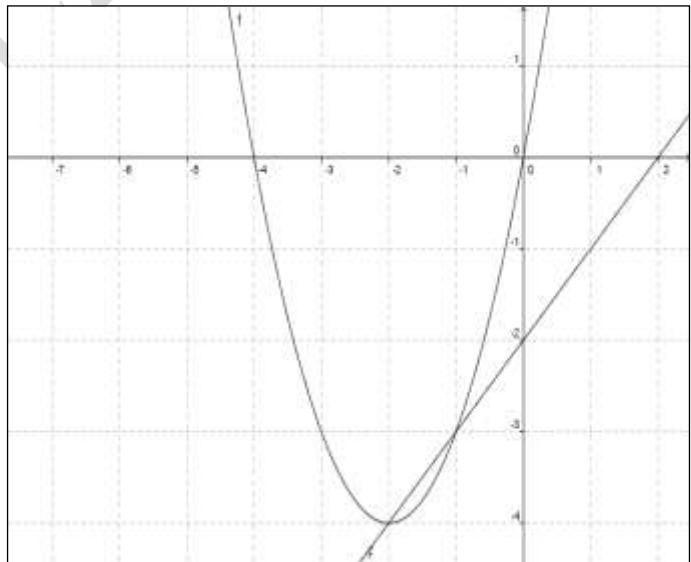
Corta al eje Y en el punto  $(0;0)$

Corta al eje X en los puntos  $(0;0)$  y  $(-4;0)$

Punto mínimo  $(-2;-4)$

Forma Canónica:  $y = (x+2)^2 - 4$

Solución Gráfica:







## 8 - LOGARITMO

1) Calcule utilizando la definición de logaritmo:

a)  $\log 100$    b)  $\log_2 8$    c)  $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{27}\right)$    d)  $\log_7 1$    e)  $\log_3\left(\frac{1}{9}\right)$    f)  $\log_{\sqrt{2}} 16$   
g)  $\ln(e^2)$    h)  $\ln e$    i)  $\log_x \sqrt{x}$    j)  $\log_{\frac{1}{x}} x^2$    k)  $\log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{3}{2}\right)^m$

2) Utilizando las teclas **log** y **ln** de una calculadora científica obtener los siguientes logaritmos: (Redondear a los milésimos)

a)  $\log 8,6 =$                       d)  $\log 200 =$                       g)  $\ln 1,8 =$   
b)  $\log 56 =$                       e)  $\log 1000 =$                       h)  $\ln e =$   
c)  $\ln 25 =$                       f)  $\log 0,005 =$                       i)  $\log 0,01 =$

3) Obtener con la calculadora, indicando el cambio de base:

a)  $\log_7 35 =$                       b)  $\log_5 120 =$                       c)  $\log_6 91 =$

4) Aplicando propiedades transformar en suma algebraica de logaritmos

a)  $\log_x \frac{a^5 cx^3}{bs^2}$    b)  $\log_x \frac{1}{ab-x}$    c)  $\log \frac{y^2 c}{x^2 \sqrt[3]{y-3x}}$    d)  $\log \frac{\sqrt{x+y}}{(x-2y)^3}$

5) Expresar como un único logaritmo:

a)  $\log c + \log x$                       b)  $3 \log y + \frac{1}{4} \log(x-c) - \frac{1}{3} \log(x+y-c)$   
c)  $\log_a \frac{b}{a^2} + \log_a \frac{1}{b^2} - \log_a \frac{a}{b}$                       d)  $\frac{1}{2} \log(x-y) - 3 \log c$   
e)  $\log_2 x + \log_2 y - 8 \log_2 z + \frac{1}{5} \log_2 t$

6) Sabiendo que  $\log 2 = 0,3$  y que  $\log 3 = 0,4$ . Calcular:

a)  $\log 8$                       b)  $\log 0,4$                       c)  $\log 12$                       d)  $\log 72$                       e)  $\log 13,5$   
f)  $\log_3 2$                       g)  $\log \sqrt[4]{3}$



7) Califique de verdadero o falso. Justifique.

a)  $\log_a (xy)^2 = (\log_a x + \log_a y)^2$

b)  $\log_2 (\log 10000) = 2$

c)  $\log_a \frac{(x+y)^2}{y^2} = 2\log_a (x+y) + 2\log_a y$

d)  $\log \frac{xy}{zt} = \frac{\log x + \log y}{\log z + \log t}$

e)  $\log^3 \left( \frac{x}{y} \right) = 3\log x - 3\log y$

f)  $10^{\log x} = x$

g)  $\ln e^3 + \ln e^{-2} = 1$

h)  $\log \left( \frac{ab}{cd} \right) = \log a + \log b - \log c + \log d$

## 8 - EJERCICIOS RESUELTOS:

1)

a) 2

b) 3

f) 8

i)  $\frac{1}{2}$

k) -m

2)

a) 0,93

c) 3,22

e) 3

g) 0,59

i) -2

3) b)  $\log 120 / \log 5 = 2,97$

4) a)  $\log_x \frac{1}{bs^2} + \log_x a^5 cx^3$

d)  $\log \frac{1}{(x-2y)^3} + \log \sqrt{x+y}$

5)

a)  $\log c \cdot x$

c)  $\log_a \frac{1}{a^3}$

d)  $\log \frac{(x-y)^{\frac{1}{2}}}{c^3}$

6) a) 0,9

f)  $\log 2 / \log 3 = 0,3 / 0,4 = 0,75$

7) b) Verdadero, porque  $\log 10000 = 4 \Rightarrow \log_2 4 = 2$

c) Falso, porque por propiedad  $\log_a \frac{(x+y)^2}{y^2} = 2 \cdot \log_a (x+y) - \log_a y^2$

h) Falso porque

$$\log \left( \frac{ab}{cd} \right) = \log(ab) - \log(cd) = \log a + \log b - (\log c + \log d) = \log a + \log b - \log c - \log d$$



## AUTOEXAMEN

1) En cada uno de los siguientes apartados se dan opciones para el resultado. Marque con un círculo el apartado que considere correcto. Existe una sola respuesta correcta.

Si  $H = \{x \in \mathbb{N} / -3 < x < 5\}$  entonces:

a)  $H = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

b)  $H = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

c)  $H = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

d)  $H = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

e) Otro. Especifique

2) El resultado de  $[16^{-1/2} - 4^{-3/2}]^2 - (4^{2/3} \cdot 4)^{-3/2}$  es:

a)  $-\frac{1}{64}$

b)  $\frac{1}{64}$

c)  $-\frac{15}{64}$

d) Otro. Especifique:

3) Si  $x \neq \pm 5$  el resultado de  $\frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 - 25}$  es:

a)  $-\frac{2}{5}$

b)  $\frac{7x + 10}{-25}$

c)  $\frac{x + 2}{x - 5}$

d) Otro. Especifique:

4) El resultado de  $\left(\frac{x^{n-1} \cdot y^{2n-3}}{x^{n-2} \cdot y^{2n-2}}\right)^2$  es:

a)  $\frac{x^2}{y}$

b)  $\frac{x}{y^2}$

c)  $\frac{x}{y}$

d) Otro. Especifique

4) Si la edad de Juan dentro de cinco años será el doble de la edad que tenía hace dieciocho años, entonces la edad actual de Juan es:

a) 41

b) 60

c) 18

d) Otro. Especifique:

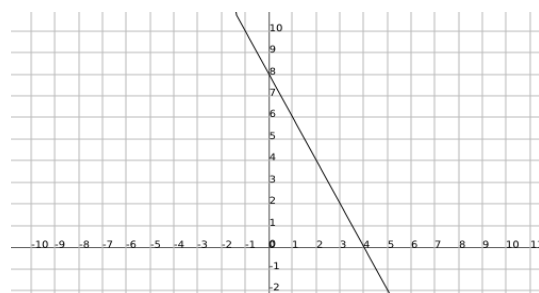
5) La ecuación que se corresponde con la siguiente gráfica es:

a)  $y = -8x + 8$

b)  $Y = -2x + 8$

c)  $Y = -3x - 8$

d) Otro. Especifique:





7) La ganancia de una panadería está descrita por una ecuación cuadrática. Si no se vende ningún kilo, el comerciante pierde \$ 520. No gana ni pierde si el volumen de ventas es de 10 o de 90 Kg. La ecuación que representa esta situación es:

a)  $y = x^2 + 50x - 520$

c)  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 50x - 520$

b) Otros. Especifique:

8) La ecuación de la recta que pasa por los puntos (-2;4) y (-2;1) es:

a)  $Y = 2x - 2$

b)  $Y = -2x - 2$

c)  $Y = -3x - 2$

d) Otros. Especifique:

9) Califique de verdadero o falso. Si fuera falso especifique el resultado correcto o justifique:

a)  $\sqrt[4]{2x^5y} - \sqrt{8x^3y^3} + \sqrt{2xy^5} = (x+y)^2\sqrt{2xy}$

b)  $\frac{a^2(a^n - b^m)}{(a^{2n} - b^{2m})} = 1$

c)  $\log\left(\frac{ab}{cd}\right) = \log a + \log b : \log c + \log d$

e)  $\ln e^3 + \ln e^{-2} = 1$