

Profesorado de Matemática

Cuaderno de Trabajos Prácticos - Ingreso 2025





INTRODUCCIÓN

En la mayoría de las ciencias, una generación derriba lo que otra ya ha construido y lo que uno ha establecido otra lo destruye. Solamente en matemática, cada generación construye un nuevo piso sobre la vieja estructura.

Hermann Hankel.

Los temas de Matemática presentan gran relación unos con otros; para lograr entender un tema nuevo, resulta necesario tener las bases de los conocimientos previos a éste. El éxito del aprendizaje depende fuertemente de los conocimientos, habilidades, procedimientos, modos de pensamientos que traen los estudiantes. Es lo que se conoce con el nombre de “nivel de partida”, el cual es decisivo para el proceso de la enseñanza y resultados del aprendizaje.

El nivel de partida necesario para el logro de los objetivos de la carrera, requiere el dominio de los conceptos teóricos y aplicaciones prácticas de ciertos temas. Sobre los mismos hicimos una selección de ejercicios y problemas para que los resuelvas, de modo que se conviertan en base para conocimientos posteriores. Te recomendamos que los realices para abordar con éxito el ingreso a esta Institución.

Para cumplir con los objetivos propuestos es que preparamos este material el que se presenta organizado de la siguiente manera:

- El programa de examen con los temas sobre los que versará el mismo
- Un índice de los temas desarrollados.
- Una selección de ejercicios y problemas donde los más representativos están acompañados con sus respectivas resoluciones.
- Un auto examen final para que te prepares y te autocontroles.



PROGRAMA DE EXAMEN

1. Conjunto de Números Naturales

Operaciones - Propiedades - Representación geométrica- Ecuaciones. Problemas.

2. Conjunto de Números Enteros

Operaciones - Propiedades - Representación geométrica - Ecuaciones. Problemas.

3. Conjunto de Números Racionales

Operaciones-Propiedades - Representación geométrica - Representación decimal - Desigualdad de números racionales. Potenciación y radicación en el conjunto de Números racionales - propiedades. Números Decimales: Operaciones - Expresiones decimales periódicas. Ecuaciones - Problemas.

4. Conjunto de Números Reales

Conjunto de Números Irracionales: representación geométrica de los números reales - Potenciación y radicación en el conjunto de Números reales - propiedades. Radicales: Operaciones- Racionalización.

5. Expresiones algebraicas

Expresiones algebraicas - Polinomios - Operaciones con polinomios - Factorización de polinomios - Expresiones algebraicas fraccionarias. Operaciones: suma, resta, multiplicación y división.

6. Función polinómica de 1° grado

Definición de función polinómica de primer grado. Dominio y Rango. Crecimiento. Intersecciones de la gráfica con los ejes. La recta como gráfica de función polinómica de primer grado: pendiente y ordenada al origen. Rectas paralelas, perpendiculares y oblicuas.

Ecuación de la función polinómica de primer grado cuando se conocen como datos dos puntos o un punto y la pendiente. Problemas de aplicación.

7. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas:

Definición. Clasificación según su conjunto solución. Métodos analíticos de resolución: Sustitución, Igualación, reducción. Método Gráfico. Relación entre el método gráfico y el método analítico. Problemas

8. Función polinómica de 2° grado

Función polinómica de segundo grado. Forma canónica y forma factorizada. La parábola como gráfica de la función polinómica de segundo grado. Estudio analítico completo: Dominio, puntos de intersección de la gráfica con los ejes coordenados, intervalos de crecimiento, vértice de la parábola, el mayor o el menor valor de la función, gráfica. La función cuadrática como modelo matemático. Problemas de aplicación.

9. Logaritmo.

Definición de logaritmo - Restricciones - El logaritmo como una operación inversa de la potenciación Propiedades - Logaritmos decimales y nepperianos - Cambio de base. Uso de la calculadora



BIBLIOGRAFÍA

- Alcántara, Lomazzi y Mina. (1981) *Matemática IV*. Ed. Estrada.
- Camuyrano y otros. *Matemática I. Modelos matemáticos para interpretar la realidad*. Ed. Estrada.
- De Simone, Turner. *Matemática 4*. A-Z Editora
- Duarte, B. (2009). *Matemáticas para ingresar a la universidad*. Buenos Aires: Granica.
- Etchegoyen y otros. (1999). *Matemática I*. Biblioteca del Polimodal. Ed. Kapelusz.
- Dr. Herrera. *Lecciones de Algebra*.
- Irene Marchetti de De Simone, M. G. (2006). *Matemática Funciones y Estadística*. Buenos Aires: A-Z.
- Rees y Sparks.(1968). *Algebra*.Ed. Reverté Mexicana.
- Spiegel *Teoría y problemas de Algebra Superior*. Ed. Mc. Graw Hill.
- Tapia y otros (1983). *Matemática 4*. Ed. Estrada.
- Irene Zapico, M. L. (2007). *Matemática*. Buenos Aires: Santillana Perspectivas.
-



ÍNDICE

1. Conjunto de números naturales	6
Operaciones. Propiedades. Representación geométrica. Ecuaciones. Problemas.	
2. Conjunto de números enteros	10
Operaciones. Propiedades. Representación geométrica. Ecuaciones. Problemas.	
3. Conjunto de números racionales	12
Operaciones. Propiedades. Representación geométrica. Representación decimal. Desigualdad de números racionales. Potenciación y radicación en el conjunto de números racionales. Propiedades. Números decimales: operaciones. Expresiones decimales periódicas. Ecuaciones. Problemas	
4. Conjunto de números reales	25
Conjunto de números irracionales: representación geométrica de los números reales, potenciación y radicación en el conjunto de números reales-propiedades radicales: operaciones. Racionalización.	
5. Expresiones algebraicas	32
Expresiones algebraicas - polinomios- operaciones con polinomios - factoro de polinomios - expresiones algebraicas fraccionarias. Operaciones : suma, resta, multiplicación y división.	
6. Función polinómica de 1° grado	38
Definición de función polinómica de primer grado. Dominio y Rango. Crecimiento. Intersecciones de la gráfica con los ejes. La recta como gráfica de función polinómica de primer grado: pendiente y ordenada al origen. Rectas paralelas, perpendiculares y oblicuas.	
Ecuación de la función polinómica de primer grado cuando se conocen como datos dos puntos o un punto y la pendiente. Problemas de aplicación	
7. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas	47
Definición. Clasificación según su conjunto solución. Métodos analíticos de resolución: Sustitución, Igualación, reducción. Método Gráfico. Relación entre el método gráfico y el método analítico. Problemas	
8. Función polinómica de 2° grado	55
Función polinómica de segundo grado. Forma canónica y forma factorada. La parábola como gráfica de la función polinómica de segundo grado. Estudio analítico completo: Dominio, puntos de intersección de la gráfica con los ejes coordenados, intervalos de crecimiento, vértice de la parábola, el mayor o el menor valor de la función, gráfica. La función cuadrática como modelo matemático. Problemas de aplicación	
9. Logaritmo.	62
Definición de logaritmo - Restricciones - Propiedades - Logaritmos decimales y nepperianos - Cambio de base.	



1 - CONJUNTO DE NÚMEROS NATURALES

1) Defina por extensión los siguientes conjuntos numéricos y represente en la recta numérica.

$$A = \{ x/x \in N_0 \wedge x \leq 5 \}$$

$$B = \{ x/x \in N_0 \wedge x \geq 2 \}$$

$$C = \{ x/x \in N_0 \wedge x \geq 1 \wedge x < 9 \}$$

$$D = \{ x/x \in N_0 \wedge 3 \leq x \leq 5 \}$$

$$E = \{ x/x \in N_0 \wedge x \leq 4 \wedge x > 12 \}$$

2) Indique si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas. Justifique adecuadamente su respuesta.

- a) $12 - (3+1+2) = 12+3-1-2$
- b) $(5+3)-(4-10) = (10+5)-(4-3)$
- c) $(10+4):2 = 10:2 + 4:2$
- d) $10 : (2+5) = 10:2 + 10:5$
- e) $16-(9-3) = (16-9) - 3$
- f) $3.4 = 4.3$
- g) $11.0 = 0$
- h) $11:0=0$

3) Complete el siguiente cuadro, tacha los casilleros en los que no se puede obtener como resultado un número natural.

a	b	c	a-(b+c)	a- b + c	a +b - c
1	2	3			
5	10	15			
8	6	4			
3	7	11			

4) Resuelva:

- a) $\{(4+1)-(5-3)+9\}$
- b) $(8-5) . 3$
- c) $3.(4+1)+16:(8+4)$
- d) $24 : [15-3.2+(4-1)]$
- e) $3.(4+1) + 16 : (8-4)$
- f) $4.3-3:3+(3-2).200$
- g) $18-0:(7+9).4-18:3$

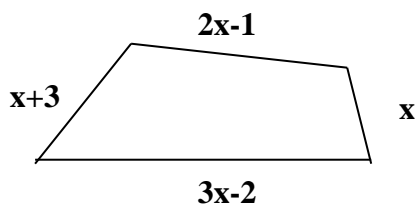
5) Resuelva las siguientes ecuaciones aplicando propiedades

- a) $2.(x-3) = 8$
- b) $3x : 9 : 2 = 50 : 5$
- c) $4 + 15 : 3 - 4.5 + 2 . y = 25$
- d) $15 (x : 20) = 3 . 5 . 3$
- e) $4 + (6 . y - 8) : 2 = 24$
- f) $(4 - 2) . (x - 5) = 4 : (3 - 1) . 2$



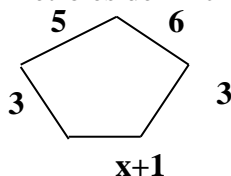
g) $(2x : 4) : 3 = 60 : 5$

6) Calcule la longitud de cada lado, sabiendo que su perímetro es de 35 cm



Las medidas de los lados están en cm.

7) ¿Es posible hallar x número natural sabiendo que el perímetro de la siguiente figura es de 10 cm? ¿Y si el perímetro es de 22 cm?



Las medidas de los lados están en cm.

8) Resuelva los siguientes problemas:

a) La suma de un número y su anterior es igual al número dado más 6 unidades. ¿De qué número se trata?

b) Hallar dos números consecutivos, sabiendo que la diferencia entre el triple del mayor y el menor es 55.

c) Si al triple de un número le resto 9 se obtiene el doble del mismo disminuido en 3 unidades. ¿Cuál es dicho número?

d) Una barra de acero de 74 cm de longitud, se corta en dos pedazos. Uno de ellos es de 12 cm más corto que el otro. Halle la longitud de cada pieza.

e) Si al doble de un número se le suma su mitad resulta 55; ¿Cuál es el número?

f) En una reunión hay el doble de mujeres que de hombres y el número de niños es el triple de hombres y mujeres juntos. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños hay en la reunión si se encuentran presentes 96 personas?

g) La suma de 3 números pares consecutivos es 102. ¿Cuáles son los números?

h) Un ganadero compra corderos a \$1200. Se le mueren 3 y el resto los vende a \$30 más de lo que cada uno le costó perdiendo \$150. ¿Cuántos compró y a qué precio?



RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS

1) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$E = \{ \}$$

2) $12 - (3 + 1 + 2) = 12 - 3 - 1 - 2 = 6$

$$12 + 3 - 1 - 2 = 12$$

Como los resultados son distintos concluimos que la igualdad es **Falsa**.

c) $(10 + 4) : 2 = 14 : 2 = 7$

$$10 : 2 + 4 : 2 = 5 + 2 = 7$$

Como los resultados son iguales concluimos que la igualdad es Verdadera.

e) $16 - (9 - 3) = 16 - 9 + 3 = 10$

$$(16 - 9) - 3 = 7 - 3 = 4$$

Como los resultados son distintos concluimos que la igualdad es **Falsa**.

h) $11 / 0 = 0 \Rightarrow 0 \cdot 0 = 0 \neq 11$ es **Falsa**

4) d) $24 : [15 - 3 \cdot 2 + (4 - 1)] = 24 : [15 - 6 + 3] = 24 : 12 = 2$

g) $18 - 0 : (7 + 9) \cdot 4 - 18 : 3 = 18 - 0 - 6 = 12$

5) d) $15 \cdot (x : 20) = 3 \cdot 5 \cdot 3 \Rightarrow$ multiplico ambos miembros por 20

$$15 \cdot x = 45 \cdot 20 \Rightarrow 15x = 900 \Rightarrow x = 900 / 15 = 60 \Rightarrow \boxed{x = 60}$$

f) $(4 - 2) \cdot (x - 5) = 4 : (3 - 1) \cdot 2$ entonces

$$2 \cdot (x - 5) = 4 : 2 \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot (x - 5) = 4 \Rightarrow 2x - 10 = 4 \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow \boxed{x = 7}$$

7) Perímetro = $5 + 6 + 3 + 3 + x + 1 = 10$

$x + 18 = 10 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow$ no existe x tal que el perímetro de la figura sea 10 cm.

Si el perímetro es 22 resulta $x + 18 = 22 \Rightarrow \boxed{x = 4}$

8) a) $x + x - 1 = x + 6 \Rightarrow 2x - 1 = x + 6 \Rightarrow 2x - 1 - x = 6 \Rightarrow x - 1 = 6 \Rightarrow x = 7$

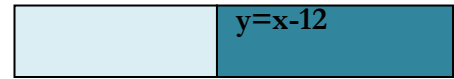


c) $3x - 9 = 2(x - 3)$

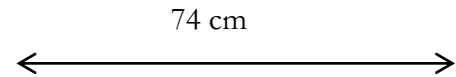
$$3x - 9 = 2x - 6 \Rightarrow 3x - 2x = -6 + 9 \Rightarrow \boxed{x = 3}$$

d) $x + x - 12 = 74 \Rightarrow 2x - 12 = 74 \Rightarrow$

$$2x = 74 + 12 \Rightarrow 2x = 86 \Rightarrow x = 43 \Rightarrow y = 43 - 12 = 31$$



Respuesta: Un pedazo mide 43 cm y el otro 31 cm



e) El número es 22.

f) Hay 8 hombres, 16 mujeres y 72 niños.

g) Los números son 32, 34 y 36.

h) Compro 10 corderos a \$ 120 cada uno.



2 – CONJUNTO DE NÚMEROS ENTEROS

1) Defina por extensión los siguientes conjuntos y representelos en la recta numérica:

$$A = \{ x/x \in \mathbb{Z} \wedge x \geq -2 \wedge x < 4 \}$$

$$B = \{ x/x \in \mathbb{Z} \wedge x > -3 \wedge x \leq 2 \}$$

$$C = \{ x/x \in \mathbb{Z} \wedge x \leq -5 \wedge x \geq 0 \}$$

$$D = \{ x/x \in \mathbb{Z} \wedge 5 < x \}$$

2) Resuelva las siguientes operaciones:

a) $(-5 + 3 - 8) \cdot (-4)$

b) $24 : (-3 + 4 + 1)$

c) $(-3 + 5) \cdot (-1 - 1) + 4 \cdot [-5 + 4 \cdot (-2 + 7)]$

d) $a - [-5 + (7 - a)] - 18 + (-9 - 6)$

e) $-4 - 3 \cdot (-7 + 6) - 2 \cdot [(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) + 3]$

f) $[-3 - 5 \cdot (-7 + 6)] \cdot (-1) - 7 \cdot (-5) \cdot (-1)$

g) $12 - (-m) + [8 - (m - 7) - 7] - 7$

3) Resuelve las siguientes ecuaciones en \mathbb{Z} .

a) $-3 \cdot (2x + 1) - 5 : (-5) = -22 - x$

b) $(x - 2) + (4 - 2x) \cdot 2 = -3$

c) $(8 - 4x) : (-2) = -(-4) \cdot (-2)$

d) $(2 - 2y) - (2y + 4) \cdot (-2) = 32$

e) $x : [3 - (-2)] = 3 : (-1) + 5$

4) Resuelve los siguientes problemas:

a) El triple del opuesto de un número entero es 168. ¿De qué número se trata?

b) El doble de la suma de un número entero y cuatro es igual a ese número aumentado en 2 unidades. Encuentre dicho número.

c) La diferencia entre 15 y el consecutivo de un número entero es 34. ¿De qué número se trata?

d) La suma del producto de un número por su consecutivo más dicho número por el anterior es igual a 8. ¿Cuál es el número?

5) Califique las siguientes proposiciones con verdadero o falso. Justifique en cada caso su respuesta

a) Entre dos números enteros siempre existe otro número entero.

b) Entre dos números enteros a veces existe otro número entero.

c) Dados $a, b, c \in \mathbb{Z}$ con $a < b, c < 0$ entonces $a \cdot c > b \cdot c$



6) ¿En cuáles casos puede concluir que $x = y$?

a) $x + (-3) = (-3) + y$

c) $x + 1 = y - (-1)$

e) $(-2) \cdot x = y \cdot (-2)$

g) $x \cdot 1 = -y \cdot (-1)$

b) $x - 2 = 2 + y$

d) $x - 3 = y + (-3)$

f) $0 \cdot x = 0 \cdot y$

2 - RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS

1) $B = \{ x / x \in \mathbb{Z} \wedge x > -3 \wedge x \leq 2 \} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2) e) $-4 - 3 \cdot (-7 + 6) - 2 \cdot [(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) + 3] = -4 - 3 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 = -4 + 3 - 4 = \boxed{-5}$

g) $12 - (-m) + [8 - (m - 7) - 7] - 7 = 12 + m + 8 - m + 7 - 7 - 7 = \boxed{13}$

3) d) $3 \cdot (2 - 2y) - (2y + 4) \cdot (-2) = 32$

Aplico propiedad distributiva:

$$6 - 6y + 4y + 8 = 32$$

$$-6 \cdot y + 4y = 32 - 6 - 8$$

$$-2 \cdot y = 18 \Rightarrow \boxed{y = -9}$$

4) b) El doble de la suma de un número entero y cuatro es igual a ese número aumentado en 2 unidades. Encuentre dicho número.

El número desconocido lo designamos con "x"

$$2 \cdot (x + 4) = x + 2$$

$$2x + 8 = x + 2$$

$$2x - x = 2 - 8$$

$$x = -6$$

Respuesta: El número entero es -6

c) La diferencia entre 15 y el consecutivo de un número entero es 34. ¿De qué número se trata?

$$15 - (x+1) = 34$$

$$15 - x - 1 = 34$$

$$-x = 34 - 15 + 1$$

$$-x = 20$$

$$x = -20$$

Respuesta: Se trata del número -20

5) a) Falso

b) Verdadero

6) Se puede concluir que $x = y$ en los casos:

a) , c) , d) , e), g)



3 – CONJUNTO DE NÚMEROS RACIONALES

1) Escriba tres fracciones que sean equivalentes a las dadas:

a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{-5}{7}$

c) $\frac{-8}{3}$

d) 7

e) - 2

f) $\frac{2}{a}$ $a \neq 0$

g) $\frac{m}{2p}$ $p \neq 0$

h) $\frac{3}{2}$

i) $\frac{-3}{5}$

2) Indique en qué caso las siguientes afirmaciones son correctas. Justifique en cada caso su respuesta.

a) $\frac{6}{11} = \frac{3}{4}$

b) $\frac{4}{8} = \frac{2}{1}$

c) $\frac{3a}{2} = \frac{5a}{3}$ $a \in \mathbb{Z}$

d) $\frac{x^3}{x^5} = \frac{3}{3x^2}$ $x \in \mathbb{Z}; x \neq 0$

3) Escriba cada uno de los siguientes números racionales en forma reducida

a) $\frac{-3}{15}$

b) $\frac{24}{100}$

c) $\frac{64}{-20}$

d) $\frac{b^2}{b^2}; b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$

e) $\frac{5x}{10x}$ $x \in \mathbb{Z}; x \neq 0$

f) $\frac{-25}{225}$

4) Dados los siguientes números racionales encuentre su opuesto y su recíproco (si existe)

a) $\frac{-7}{3}$

b) $\frac{7}{3}$

c) 5

d) $\frac{-2}{3}$

e) $\frac{-1}{a}; a \in \mathbb{Z} a \neq 0$

f) $\frac{c}{d}; c, d \in \mathbb{Z} d \neq 0$

g) $\frac{5}{3a}; a \in \mathbb{Z} a \neq 0$

h) 0

i) -1

j) - 4

k) $\frac{3}{4^a}$ $a \in \mathbb{Z} a \neq 0$

l) $\frac{-5}{2}$



5) Complete la siguiente tabla:

Números Racionales	
Representación en forma de fracción	Representación en forma decimal
a) $\frac{3}{25}$	0,12
b) $\frac{9}{40}$	
c) $\frac{11}{20}$	
d) $\frac{34}{99}$	0,343434..... = $0,\overline{34}$
e)	$1,\overline{6}$
f)	$-0,\overline{369}$
g)	$1,00\overline{63}$
h)	$-3,0161616.....$
i)	
j)	6,15
k)	-3,125
l) $\frac{4}{75}$	
m) $\frac{-7}{4}$	
n)	$-1,6\overline{17}$
o)	$2,\overline{46}$

6) Ordene los siguientes números de mayor a menor

i. 1,057 ; 1,026 ; 0,907 ; 0,9904 ; 1,006

ii. 0,0025 ; 0,0102 ; 0,00091 ; -0,107 ; 0,02701

iii. $0,\overline{06}$; 0,065 ; $\frac{3}{80}$; $0,0\overline{6}$; $\frac{7}{120}$

iv. $\frac{3}{5}$; $0,\overline{535}$; $0,5\overline{3}$; $\frac{3}{7}$; $0,\overline{53}$

7) Realice las operaciones indicadas y exprese el resultado final en forma de fracción.

a) $1,35 - (-0,04 : 0,04 + 0,36) + (0,5 \cdot 0,36 - 1,75)$

b) $0,\overline{3} - 0,\overline{12} - 0,\overline{5}$



- c) $\frac{0,8}{0,2^2} + (2 - 1,4) - 1,71$
d) $46,25 : 2,5 - 6,4 : (-2,74)$
e) $\frac{1,95}{0,625 - 0,3} \cdot 0,0825 - 0,5 \cdot 0,5$
f) $\frac{0,6 - 4 \cdot 0,2}{1,3333\dots}$
g) $0,018 \cdot 1,6 \cdot \frac{1}{0,15}$
h) $(0,4 - 1,2) \cdot (0,4 + 1,2)$

8) Escriba $>$; $=$ o $<$ según corresponda

- a) $\frac{3}{4} \dots \frac{4}{5}$ b) $\frac{8}{12} \dots \frac{6}{9}$ c) $\frac{2}{10} \dots \frac{9}{45}$
d) $\frac{7}{11} \dots \frac{6}{10}$ e) $\frac{8}{9} \dots \frac{9}{10}$ f) $\frac{-8}{13} \dots \frac{-5}{8}$

9) Ordene en forma creciente:

- a) $1/4, 7/2, 9/28$
b) $-3/2, 5/3, -2/15$
c) $-3/2, -4/13, -2/15$

10) Determine tres números racionales comprendidos entre:

- a) $\frac{4}{5}$ y $\frac{2}{7}$ b) $\frac{7}{12}$ y $\frac{-1}{4}$
c) 1 y $\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{4}$

11) Encuentre el número racional x, si existe, para el cual:

- a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = x - \frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{4} - 2x = \frac{1}{5} + \frac{1}{4}$
c) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} : \frac{2}{5}$ d) $\frac{2}{5} + x : 5 = \frac{1}{2}$
e) $\frac{3}{7} - \frac{2}{5}x = \frac{2}{5} \cdot (3x + 2)$ f) $\frac{9 \cdot (x - 2)}{4} - \frac{7 \cdot (x - 1)}{3} = 6x + 1$
g) $\frac{-3}{2} \left(x - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{2}x - \frac{4}{15}x$

12) Resuelva las operaciones indicadas:



a) $3 \cdot \left(\frac{-1}{5}\right) - \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 1\right] \cdot \left(\frac{-3}{4}\right) + 1$

b) $\frac{\frac{3}{4} - 1}{2} + \frac{12}{5} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) - \frac{\frac{3}{4} - \frac{5}{6}}{\frac{1}{3}}$

c) $1 + \frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{2} : \frac{1}{4}}{\frac{3}{20}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3}$

d) $\frac{\frac{5}{6} - 1}{\frac{-3}{2}} - \frac{25}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{21}{8} + \frac{-\frac{3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{121}{8}}{\frac{5}{4}}$

e) $\left(1 - \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + 1} - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{\frac{1}{2} - 1}{-\frac{1}{3}}\right)$

f) $\left[\frac{7}{2} : \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{7}\right)\right] + 11$

g) $\left(-\frac{3}{5} - \frac{5}{-3}\right) \cdot \left(\frac{5}{-3} + \frac{-3}{5}\right) : \left(\frac{-5}{3} - \frac{3}{-5}\right)$

h) $\left[\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\right] : \frac{2}{55} : \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right)$

i) $\frac{\left(\frac{1}{2} + 2\right) : \frac{1}{4}}{\left(\frac{2}{7} - \frac{1}{14}\right) \cdot \frac{7}{6}}$

j) $\frac{-\frac{3}{4} + \frac{1}{5} - \frac{5}{6} : \frac{1}{3}}{\frac{9}{5} + \frac{3}{2} : \frac{1}{3} - \frac{1}{5}}$

13) Calcule las siguientes potencias

a) $\left(\frac{-2}{3}\right)^2$

b) $\left(\frac{3}{2}\right)^4$

c) $\left(\frac{2}{7}\right)^0$

d) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}$

e) $\left(\frac{-1}{5}\right)^3$

f) $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3}$

g) $-\left(\frac{-1}{2}\right)^{-2}$

h) $(-3)^4$

14) Calcule las siguientes raíces y potencias cuando sea posible:

a) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$

b) $\sqrt[5]{\frac{-1}{32}}$

c) $\sqrt{-\frac{25}{16}}$

d) $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}$

e) $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{5}{2}}$

f) $\left(-\frac{1}{729}\right)^{\frac{2}{3}}$

g) $\left(\frac{81}{100}\right)^{-\frac{1}{2}}$

h) $\left(\frac{-1}{729}\right)^{-\frac{1}{3}}$

15) Resuelve aplicando las propiedades de la potenciación y expresa el resultado con exponente no negativo

a) $\left(\frac{a^{-3} \cdot c \cdot d^5}{a^{-1} \cdot c^{-4} \cdot d^3}\right)^{-4}$

b) $\left(\frac{3^{-3} \cdot m^2 \cdot w^{-3}}{9^{-1} \cdot m^{-3} \cdot w^2}\right)^2$

c) $\left(\frac{a}{b}\right)^5 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^2$

d) $\frac{\left(\frac{m}{n}\right)^4 \cdot \left[\left(\frac{m}{n}\right)^3\right]^2}{\left(\frac{m}{n}\right)}$



e)
$$\frac{\left(\frac{x}{y}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^3}{\left(\frac{x}{y}\right)^4}$$

f) $(x+y)^{-2} \cdot (x^{-2} - y^{-2})$

g)
$$\frac{\left(\frac{1}{a^2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{b}{c}\right)^2 \cdot \frac{a}{c}}{\left(\frac{a}{c}\right)^3 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{-1}}$$

h)
$$\frac{\left(\frac{1}{a^2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^0}{\left(\frac{1}{a^2}\right)^4 \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^{-1}}$$

i)
$$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^3 \cdot 2ab}{\left(\frac{a}{b}\right)^{-4}}$$

j)
$$\frac{\left(\frac{2x}{y}\right)^3 \cdot \left(\frac{x}{2y}\right)^2}{x^4 y^{-4}}$$

k)
$$\frac{a^{-2} - a^{-3} y^{-2}}{a^{-3} y^{-2} - y^{-2}}$$

l)
$$\frac{a^{-2} - b^{-1}}{a^{-2} + b^{-1}} \cdot \frac{a^2 + b}{b} + b^0 : (a^{-2} \cdot b) - a \cdot (a + b)^{-1}$$

m) $(16 \cdot a^{-4} \cdot y^2)^{1/2} \cdot (125^{-1} \cdot a \cdot y^{-1})^{1/3}$

n)
$$\left(\frac{8 \cdot x^3 \cdot y^{-4/3}}{27x^{-6} \cdot y}\right)^{-2/3}$$

16) Demuestre:

a)
$$\frac{x^{n+1} - x^n}{x^n} = x - 1$$

c)
$$\left(\frac{x^{2n-3} \cdot y^{n-1}}{x^{2n-2} \cdot y^{n-2}}\right)^3 = \frac{y^3}{x^3}$$

e) $(14 \cdot 2^3 - 2^3 \cdot 6 + 8 \cdot 2^3)^3 = 2^{21}$

b)
$$\frac{(4^{n-1})^n}{(4^{n+1})^n} = \frac{1}{4^{2n}}$$

d)
$$\frac{81^{3/4} \cdot (3^n)^4}{9^3 27^{n-2}} = 3^{3+n}$$

17) Resuelve efectuando las operaciones indicadas:

a)
$$\sqrt{\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{5}\right) : \frac{34}{15}} \cdot 3$$

b)
$$\left(\sqrt{\frac{4}{9}} - \sqrt{\frac{16}{25}} + \sqrt{\frac{1}{225}}\right)^2$$

c)
$$\left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + 3^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}} + \left(\frac{-1}{2}\right) \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)$$

d)
$$\frac{\sqrt{\frac{12}{5} \cdot \frac{3}{8} : \frac{5}{8}}}{\left(\frac{0,1 - 3,7}{11}\right)^{-1}} + 1 : 3,3$$

e)
$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} - 0,3 \left(1 - \frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{8}{1000}\right)^{1/3}$$

f)
$$\sqrt{\frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{2}}{\frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{\frac{1}{8}}}}$$



g) $\left(\frac{-1}{32}\right)^{-2/5} + (-27)^{2/3} : \left(\frac{27}{125}\right)^{-2/3} + \left(\frac{4}{25}\right)^{3/2}$

h) $\frac{(-1)^{1/3} \cdot (-2) \cdot (-8)}{\left(\frac{1}{2} - \frac{15}{32}\right)^{1/5}}$

i) $\left[4^{-1/2} + (-8)^{-1/3}\right]^3 - \left(9^{2/3} \cdot 9\right)^{-3/2} + 36^{1/2} : \left[3 - (-27)^{2/3}\right]$

j) $8^{-4/3} + 4^{-3/2} \cdot 9^{1/2} - \frac{16^{-1/2}}{2^{-1}}$

k) $\left(-\frac{2}{3}\right) : \sqrt{8 : \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}} + \frac{3}{4} : (-2) - \left[\left(\frac{1}{2} - 1\right)^{-1}\right]^{-3}$

18) Complete la siguiente tabla:

Números	Fraciones decimales	Notación científica
0,0147	$\frac{147}{10000}$	$1,47 \cdot 10^{-2}$
333,003		
	$\frac{7}{10}$	
0,12		
0,000123		
		$7,5 \cdot 10^{-4}$
		$9,43 \cdot 10^{-3}$

19) Escriba, cuando sea posible, el resultado de las siguientes operaciones en fracciones decimales y en notación científica.

- | | |
|--|---|
| a) $(1,25)^{-3}$ | b) $(0,100)^{-1}$ |
| c) $(2,3 \cdot 10^2) \cdot (1,2 \cdot 10^3)$ | d) $2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^2$ |
| e) $(1,46 \cdot 10^3) : (7,385 \cdot 10^6)$ | f) $(4,1 \cdot 10^2)^3$ |
| g) $(8,63 \cdot 10^4) : (7,154 \cdot 10^{-2})$ | h) $(9 \cdot 10^{-2})^4$ |
| i) $(2,5 \cdot 10^{-3})^{-2}$ | j) $35 \cdot 0,003 \cdot 1,004$ |

20) Analice cada fracción y determine:

- a) ¿Cuáles se pueden transformar en decimales exactas?
- b) ¿Cuáles se pueden transformar en expresiones periódicas puras?
- c) ¿Cuáles se pueden transformar en expresiones periódicas mixtas?

- | | | |
|-----------------------|----------------------|---------------------|
| i) $\frac{7}{120}$ | ii) $\frac{17}{90}$ | iii) $\frac{3}{20}$ |
| iv) $\frac{9}{35}$ | v) $\frac{11}{16}$ | vi) $\frac{8}{33}$ |
| vii) $\frac{12}{125}$ | viii) $\frac{4}{21}$ | ix) $\frac{13}{80}$ |
| x) $\frac{5}{39}$ | xi) $\frac{11}{25}$ | xii) $\frac{2}{33}$ |



g) $\sqrt{\left[\left(\frac{0,34}{2}\right)^{-1} - \frac{1,15}{0,34}\right] \cdot 0,9}$

h) $\frac{\left(1,6^{\hat{2}} - 0,7\right)^{-1}}{\sqrt{0,0025}} : (0,2)^{-2}$

i) $\sqrt{\frac{0,072 : 1,1}{0,8}}$

j) $\left[\frac{(0,5 + 0,3) \cdot 1,46}{2,4}\right]^{-1}$

23) Indique si las siguientes igualdades son correctas o no. Justifique adecuadamente su respuesta:

a) $0,1230230230230\dots = 0,1223$

b) $0,5555\dots = 0,55$

c) $0,121212\dots = 0,1212$

24) Para resolver los siguientes problemas debes analizar las diferentes posibilidades y verificar cuál de ellas cumple con la condición enunciada.

a) El producto de tres de las siguientes fracciones es 2. ¿Cuáles son?

$$\frac{4}{3}, \frac{5}{2}, \frac{5}{8}, \frac{12}{5}$$

b) La suma de tres de las siguientes fracciones es $\frac{53}{30}$. ¿Cuáles son?

$$\frac{1}{6}, \frac{3}{5}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$$

25) a) Cada sobre de cierto medicamento contiene $\frac{2}{15}$ de ácido acetilsalicílico (aspirina); $\frac{1}{25}$ de ácido ascórbico y el resto de excipiente. ¿Cuántos mg. de cada componente hay en un sobre de 3 g?

b) Si sumamos 3 al numerador de una fracción y restamos 2 al denominador la fracción es igual a $\frac{6}{7}$, pero si restamos 5 al numerador y le sumamos 2 al denominador dicha fracción es igual a $\frac{2}{5}$. ¿Cuál es la fracción?

c) En una clase $\frac{3}{5}$ de los alumnos son varones. Si hay 8 varones más que mujeres. ¿Cuántos varones y mujeres hay en la clase?

d) Al cerrar la caja de un comercio, se totaliza \$106.100. El cajero observa que la cantidad de billetes de \$500 es la mitad de la de billetes de \$1.000; la cantidad de billetes de \$50 es el triplo de la cantidad de billetes de \$500, y la cantidad de billetes de \$10 es $\frac{1}{4}$ de la cantidad de billetes de \$500. ¿Cuántos billetes de \$500 hay en caja?

e) Una persona gasta $\frac{1}{3}$ de su dinero y luego $\frac{2}{5}$ de lo que le queda; tiene aun \$60. ¿Cuánto tenía al principio?

f) En un partido internacional de fútbol las entradas generales para los socios cuestan \$200 cada una, y para los no socios, \$300. En concepto de entradas generales se ha recaudado \$3.250.000. Sabiendo que las entradas generales para los socios constituyen los $\frac{7}{24}$ de la cantidad total de entradas, ¿Cuántos socios pagaron entrada general?

g) Se han pagado \$3.000.000 por una casa y un terreno. ¿Cuánto se abonó por cada uno si el terreno cuesta las dos terceras partes de la casa?



3 - RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS

1) a) $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20}$

c) $\frac{-8}{3} = \frac{-16}{6} = \frac{-24}{9} = \frac{-32}{12}$

f) $\frac{2}{a} = \frac{4}{2a} = \frac{6}{3a} = \frac{8}{4a}$

2)

a) No es correcto pues $6.4 \neq 3.11$

c) No es correcto pues $3.3.a \neq 2.5.a$

b) No es correcto pues $4.1 \neq 2.8$

d) Es correcto pues $x^3 \cdot 3.x^2 = 3 \cdot x^5$

3) a) $\frac{-1}{5}$

c) $\frac{-16}{5}$

e) $\frac{1}{2}$

4)

a) Si $a = \frac{-7}{3}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{opuesto } -a = \frac{7}{3} \\ \text{recíproco } a^{-1} = \frac{-3}{7} \end{array} \right.$

c) Si $a = -5$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{opuesto } -a = 5 \\ \text{recíproco } a^{-1} = \frac{-1}{5} \end{array} \right.$

h) Si $a = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{opuesto } -a = 0 \\ \text{recíproco } a^{-1} \text{ no existe} \end{array} \right.$

f) Si $a = \frac{c}{d}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{opuesto } -a = \frac{-c}{d} \\ \text{recíproco } a^{-1} = \frac{d}{c} \end{array} \right.$

5)

Números racionales	
Representación en forma de fracción	Representación en forma decimal
p) $\frac{3}{25}$	0,12
c) $\frac{34}{99}$	0,343434..... = $0,3\hat{4}$
e) $1,\hat{6} = \frac{16-1}{9} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$	$1,\hat{6}$
h) $-3,0\hat{1}6 = \frac{-(3016-30)}{990} = \frac{-1493}{495}$	-3,0161616.....
m) $\frac{-7}{4}$	-1,75

6) d) $\frac{3}{5}$; $0,53\bar{5}$; $0,53$; $0,5\bar{3}$; $\frac{3}{7}$

7) f) $\frac{0,\hat{6}-4,0,\hat{2}}{1,3333.....} = \frac{\frac{6}{9}-4 \cdot \frac{2}{9}}{\frac{13-1}{9}} = \frac{\frac{6-8}{9}}{\frac{12}{9}} = \frac{-2}{9} = \frac{-1}{4.5} = \frac{-1}{20}$



$$h) (0, \hat{4} - 1, \hat{2}) \cdot (0, \hat{4} + 1, \hat{2}) = \left(\frac{4}{9} - \frac{11}{9}\right) \left(\frac{4}{9} + \frac{11}{9}\right) = \frac{-7}{9} \cdot \frac{15}{9} = \frac{-35}{27}$$

8) c) $\frac{2}{10} = \frac{9}{45}$

d) $\frac{7}{11} > \frac{6}{10}$

f) $\frac{-8}{13} > \frac{-5}{8}$

10) d) $\frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{7}{10} < \frac{3}{4}$

11) f) $\frac{9 \cdot (x-2)}{4} - \frac{7 \cdot (x-1)}{3} = 6x+1$

$$\frac{9x}{4} - \frac{9}{2} - \frac{7}{3}x + \frac{7}{3} = 6x+1$$

$$\frac{9x}{4} - \frac{7}{3}x - 6x = 1 + \frac{9}{2} - \frac{7}{3}$$

$$\frac{-73x}{12} = \frac{19}{6} \Rightarrow \boxed{x = \frac{-38}{73}}$$

12)

$$e) \left(1 - \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + 1} - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{\frac{1}{2} - 1}{-\frac{1}{3}}\right) = \left(1 - \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{\frac{-1}{2}}{\frac{3}{2}}\right) = \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{3} : \frac{3}{2} = \frac{2}{9}$$

13) d) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$

h) $(-3)^{-4} = \left(\frac{-1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$

14) b) $\sqrt[5]{\frac{-1}{32}} = \frac{-1}{2}$

e) $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{5}{2}} = \left(\sqrt{\frac{9}{4}}\right)^5 = \left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{243}{32}$

$$h) \left(\frac{-1}{729}\right)^{-1/3} = (-729)^{1/3} = \sqrt[3]{-729} = -9$$

$$15) \quad d) \frac{\left(\frac{m}{n}\right)^4 \cdot \left[\left(\frac{m}{n}\right)^3\right]^2}{\left(\frac{m}{n}\right)} = \frac{\left(\frac{m}{n}\right)^{10}}{\left(\frac{m}{n}\right)^1} = \left(\frac{m}{n}\right)^9$$

$$h) \frac{\left(\frac{1}{a^2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^0}{\left(\frac{1}{a^2}\right)^4 \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^{-1}} = \frac{\left(\frac{1}{a^2}\right)^{-6} \left(\frac{d}{c}\right)^3}{\left(\frac{d}{c}\right)^2 \cdot \left(\frac{d}{c}\right)^1} = \left(\frac{1}{a^2}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{d}{c}\right)^0 = (a^2)^6 = a^{12}$$

16) Demuestre que:

$$c) \left(\frac{x^{2n-3} \cdot y^{n-1}}{x^{2n-2} \cdot y^{n-2}}\right)^3 = \frac{y^3}{x^3}$$

$$\left(\frac{x^{2n-3} \cdot y^{n-1}}{x^{2n-2} \cdot y^{n-2}}\right)^3 = (x^{2n-3-(2n-2)} \cdot y^{n-1-(n-2)})^3 = (x^{2n-3-2n+2} \cdot y^{n-1-n+2})^3 = (x^{-1} \cdot y^1)^3 = \left(\frac{y}{x}\right)^3 = \frac{y^3}{x^3}$$

$$e) (14 \cdot 2^3 - 2^3 \cdot 6 + 8 \cdot 2^3)^3 = 2^{21}$$

$$(14 \cdot 2^3 - 2^3 \cdot 6 + 8 \cdot 2^3)^3 = (7 \cdot 2^4 - 2^4 \cdot 3 + 2^6)^3 = [2^4 \cdot (7 - 3 + 4)]^3 = (2^4 \cdot 8)^3 = (2^4 \cdot 2^3)^3 = (2^7)^3 = 2^{21}$$

17)

$$e) \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} - 0,3 \left(1 - \frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{8}{1000}\right)^{1/3} = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{3}{5}\right) + \sqrt[3]{\frac{-8}{1000}} = \frac{9}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{5} = \frac{37}{20}$$

$$g) \left(\frac{-1}{32}\right)^{-2/5} + (-27)^{2/3} : \left(\frac{27}{125}\right)^{-2/3} + \left(\frac{4}{25}\right)^{3/2} = (\sqrt[5]{-32})^2 + (\sqrt[3]{-27})^2 : \left(\sqrt[3]{\frac{125}{27}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{4}{25}}\right)^3 =$$

$$(-2)^2 + (-3)^2 \left(\frac{5}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^3 = 4 + 9 : \frac{25}{9} + \frac{8}{125} :$$

$$= 4 + \frac{81}{25} + \frac{8}{125} = \frac{913}{125}$$



18) Complete la siguiente tabla:

Números	Fracciones decimales	Notación científica
0,0147	$\frac{147}{10000}$	$1,47 \cdot 10^{-2}$
0,7	$\frac{7}{10}$	$7 \cdot 10^{-1}$
0,00943	$\frac{943}{100000}$	$9,43 \cdot 10^{-3}$

19) a) $(1,25)^{-3} = \left(\frac{125}{100}\right)^{-3} = \left(\frac{100}{125}\right)^3 = \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \left[\frac{8}{10}\right]^3 = \frac{512}{1000} = 5,12 \cdot 10^{-1}$

j) $35 \cdot 0,003 \cdot 1,004 = 35 \cdot \frac{3}{1000} \cdot \frac{1004}{1000} = \frac{105420}{1000000} = \frac{10542}{100000}$

$= 1,0542 \cdot 10^{-1}$

20) iii) $\frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{15}{100} = 0,15$ es una expresión decimal exacta.

iv) $\frac{9}{35} = 0,25714285714285714285\dots\dots = 0,25\overline{714285}$ es una expresión decimal periódica mixta.

vi) $\frac{8}{33} = 0,2424242424\dots\dots = 0,2\overline{4}$ es una expresión decimal periódica pura

21)

Expresiones Decimales		
Exactas	Periódicas	
	Puras	Mixtas
0,6	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{22}$
2,85	$\frac{5}{9}$	$\frac{11}{15}$
$\frac{7}{10}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{19}{90}$
1,371	$\frac{47}{99}$	5,0333.....
$\frac{3}{5}$	$4,\overline{2}$	
$\frac{3}{4}$		
$\frac{81}{180}$		
0,52		
0,9		



22) d)
$$\frac{\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot (2 - 0,7) - 0,05}{-0,1 - 0,02} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{13}{10} - \frac{5}{100}}{-0,12} = \frac{\frac{13}{20} - \frac{1}{20}}{\frac{-12}{100}} = \frac{\frac{12}{20}}{\frac{-3}{25}} = -5$$

i)
$$\sqrt{\frac{0,072 : 1,1}{0,8}} = \sqrt{\left(\frac{72}{990} : \frac{11}{10}\right) : \frac{8}{9}} = \sqrt{\frac{8}{121} : \frac{8}{9}} = \sqrt{\frac{9}{121}} = \frac{3}{11}$$

23) c) La igualdad es falsa pues $0,121212\dots\dots\dots = 0,1\overline{2}$

24) a) Las fracciones son $\frac{4}{3}; \frac{5}{8}; \frac{12}{5}$

25) a) De aspirina hay: $\frac{2}{15} \cdot 3g = \frac{2}{5}g = 0,4g$

De ácido ascórbico hay: $\frac{1}{25} \cdot 3g = \frac{3}{25}g = 0,12g$

De excipiente hay : 2,48 g

d) Son 40 los billetes de \$ 500.

e) Tenía en total \$150.

f) 3.500 socios pagaron la entrada general.

g) Se abonó por la casa \$ 1.800.000 y por el terreno \$ 1.200.000.



4 - CONJUNTO DE NÚMEROS REALES

NÚMEROS IRRACIONALES

1) Clasifique los siguientes números reales en racionales (enteros o fraccionarios) e irracionales. Grafique en la recta real.

$$2 ; -3 ; -\sqrt{3} ; 3/2 ; \sqrt{5} ; -\frac{\sqrt{3}}{2} ; 7/2 ; \pi ; 1, \hat{3} ; -7/3 ; 10/2$$

4.1 - RADICALES

1) Resuelva:

a) $\sqrt[4]{16}$ b) $\sqrt[3]{-8}$ c) $-\sqrt{25}$ d) $\sqrt{13-4}$

e) $(64)^{1/2}$ f) $-(64)^{1/2}$ g) $-\sqrt[3]{-64}$ h) $2 \cdot (4^{3/2})$

2) Resuelva en R cuando sea posible:

a) $\sqrt[4]{-16}$ b) $\sqrt[3]{-27}$ c) $-\sqrt{36}$ d) $\sqrt{-36}$

e) $\sqrt{\frac{1}{64}}$ f) $\sqrt[5]{-32}$ g) $\sqrt[6]{64}$ h) $\sqrt[6]{-64}$

3) Exprese en forma de radical las siguientes potencias de manera que todos los índices y exponentes sean enteros positivos

a) $2^{1/2}$ b) $3^{2/3}$ c) $2^{-3/2}$ d) $x^{-5/2}$

e) $a^{-4/5}$ f) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2/5}$ g) $(16^{-1/2})^3$ h) $2^{4/5}$

4) Exprese los siguientes radicales como potencias de exponente fraccionario en la forma más abreviada posible

a) $\sqrt[5]{2^2}$ b) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ c) $\frac{1}{\sqrt[3]{b^4}}$ d) $\sqrt[5]{\frac{1}{2}}$

e) $\frac{1}{\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^3}$



5) Determine si los siguientes ejercicios han sido resueltos en la forma correcta. Justifique adecuadamente su respuesta.

a) $\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$

b) $\sqrt{-4} \cdot \sqrt{-9} = \sqrt{(-4) \cdot (-9)} = \sqrt{36} = 6$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$

d) $\sqrt{(-2) \cdot (-8)} = \sqrt{16} = 4$

e) $\sqrt{9+16} = 3+4=7$

f) $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

g) $\sqrt[3]{-64} : \sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-64) : (-8)} = \sqrt[3]{8} = 2$

h) $\sqrt[3]{8-64} = 2-4 = -2$

6) Sabiendo que $a > 0$, calcule cuando sea posible

a) $\sqrt{a^2}$

b) $(\sqrt{a})^2$

c) $\sqrt{(-a)^2}$

d) $(\sqrt{-a})^2$

e) $\sqrt{-a^2}$

f) $\sqrt[3]{a^3}$

g) $\sqrt[3]{(-a)^3}$

h) $(\sqrt[3]{-a})^3$

i) $(\sqrt{-1})^2$

j) $\sqrt{-3^2}$

k) $\sqrt{-(-3)^2}$

7) Calcule las siguientes raíces simplificando cuando sea posible ($x > 0; y > 0$)

a) $\sqrt[6]{5^2}$

b) $\sqrt[6]{(-2)^3}$

c) $\sqrt[3]{2^6}$

d) $\sqrt{(-2)^6}$

e) $\sqrt[4]{3^6}$

f) $-\sqrt{121}$

g) $-\sqrt[3]{2^3}$

h) $\sqrt[4]{(-2)^4}$

i) $\sqrt{\frac{16}{49}}$

j) $\sqrt[3]{\frac{-64}{27}}$

k) $\sqrt{(1+\sqrt{2})^2}$

l) $\sqrt[3]{(1+\sqrt{2})^3}$

m) $\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$

n) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$

o) $\sqrt[3]{(1-\sqrt{2})^3}$

p) $\sqrt[4]{16x^8y^{12}}$

q) $\sqrt[8]{\frac{256x^{16}}{y^8}}$

8) Cambie la forma del radical extrayendo todos los factores posibles del radicando, considere que a, b, c, x, y son números reales positivos:

a) $\sqrt{8}$

b) $\sqrt{0,27}$

c) $\sqrt[3]{10000}$

d) $\sqrt{9a^2b^6c}$

e) $\sqrt{90x^{-4}}$

f) $\sqrt[3]{\frac{0,064a^8b^{10}}{c^{21}}}$

g) $x > 1 \sqrt[5]{243(x-1)^6}$

h) $\sqrt{25(a-b)^4} \quad a > b$

i) $\sqrt{27(\sqrt{5}-1)^2}$

j) $\sqrt[6]{(\sqrt{5}-1)^8}$

9) Resuelva las siguientes operaciones en \mathbb{R} , suponiendo que x, y, z son números reales positivos:

a) $\sqrt{x} \sqrt[3]{x^2} \sqrt[4]{x^3}$

b) $\sqrt[3]{xy^2} \sqrt[5]{x^2y^3}$

c) $\sqrt[3]{2z} \sqrt[6]{8xz}$



d) $\sqrt[4]{27x} \sqrt[6]{x^2y} \sqrt{xy} \sqrt[4]{3x} \sqrt[3]{x^2y}$ e) $\sqrt[3]{\frac{1}{4}x} \sqrt[6]{2x^4} \sqrt{\frac{1}{2}x^3}$ f) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{4}}$

g) $\frac{\sqrt[3]{9x}}{\sqrt[4]{27x^2}}$ h) $\sqrt[5]{xy^4z^2} : \sqrt[3]{y^2z}$ i) $\frac{\sqrt[4]{2x^3}}{\sqrt[6]{2x^2}}$

10) Efectúe las siguientes operaciones, considere que a, b, y son números reales positivos

a) $\sqrt{2} - \sqrt{50} + 3\sqrt{72}$	b) $4\sqrt{3} - 6\sqrt[4]{25} - 8\sqrt{27} + \sqrt{20}$
c) $3\sqrt{18} - 11\sqrt{2} + 2\sqrt{50}$	d) $\sqrt[4]{9y^8} + \sqrt[6]{27y^{12}}$
e) $\sqrt{81a^3} + \sqrt{9a^3} - \sqrt{25a^3}$	f) $a\sqrt{ab^3} - 2ab\sqrt{ab} + 2b\sqrt{a^3b} - 3\sqrt{a^3b^3}$
g) $\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{8})$	h) $\frac{(\sqrt{75} - \sqrt{27})}{\sqrt{3}}$
i) $\sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{24}) + \sqrt{98}$	j) $\sqrt{6}(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$
k) $\frac{\sqrt{14}\sqrt{6}}{\sqrt{15}\sqrt{10}}$	l) $\sqrt[3]{2} \sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{4}$
m) $(2 - \sqrt{5})^3$	n) $(2 + \sqrt{5})^2$

11) Marque con una cruz las expresiones con denominador irracional

$\frac{1}{\sqrt{9}}$
 $\sqrt{\frac{2}{3}}$
 $\sqrt{\frac{1}{2}}$
 $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1/2}$
 $\frac{\sqrt{5}}{3}$

12) Realice las siguientes divisiones racionalizando los denominadores, sabiendo que a, b, c, d son números reales positivos

a) $\sqrt{\frac{a}{b}}$ b) $\frac{x}{\sqrt[5]{x^4}}$

c) $\frac{ab\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{ab^2}}$ d) $\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{12}}$

e) $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{375}}$ f) $\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{a}}}$



g) $\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$

h) $\frac{3-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$

i) $\frac{3}{\sqrt{\pi}}$

j) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

k) $(2-\sqrt{2})^{-1/2}$

l) $\frac{\sqrt[3]{b^{-1}c}}{\sqrt[3]{a^{-2}b}}$

m) $\frac{1-\sqrt{c}}{\sqrt[4]{c}-\sqrt{c}}$

n) $\frac{a}{\sqrt{a+1}-1}$

o) $\frac{\sqrt[3]{4a}\sqrt{2a}}{\sqrt[6]{8a^2}}$

p) $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}}$

13) Resuelva las siguientes operaciones:

a) $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)^{-1}$

b) $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^2$

c) $\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}}$

d) $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{8}-8}{\sqrt{8}-1}}$

e) $\sqrt[3]{\frac{1}{4}} \sqrt[3]{\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{\sqrt{3}-1}}$

f) $\frac{4ab}{\sqrt{a+b}-\sqrt{b}}$

14) Calcule el resultado de los siguientes ejercicios de 2 formas distintas:

a) Operando con radicales

b) Operando con exponentes racionales. Compare los resultados

I. $\sqrt{x^3} \sqrt[3]{x^4}$

II. $\sqrt[4]{8^3} : \sqrt[3]{8}$

III. $\frac{\sqrt[5]{27a^2} \sqrt{9a^3}}{\sqrt[4]{a^2}}$

IV. $(\sqrt[6]{16} : \sqrt[3]{\sqrt[3]{8}})^2$

15) Resuelva las siguientes operaciones con x e y números reales positivos:

a) $(\sqrt[3]{9 \cdot x y^4})^3$

b) $(\sqrt[3]{3y^2})^4$

c) $(\sqrt{x^2 y})^4$

d) $\sqrt[5]{\sqrt{32}}$

e) $\sqrt[3]{\sqrt[10]{x^{12}}}$



16) Determine si las siguientes igualdades son correctas. Justifique adecuadamente su respuesta:

a) $4 + \sqrt{3} = (1 + \sqrt{3})^2$

b) $\sqrt{10} - \sqrt{2} + \sqrt{5} = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{2} - 1)$

c) $1 + \sqrt{2} = \sqrt{3 + \sqrt{8}}$

d) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$

4 – 4.1 - RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS

NÚMEROS IRRACIONALES- NÚMEROS REALES

1) $-3 \in \mathbb{Z}; \in \mathbb{Q}$

$$\frac{3}{2} \in \mathbb{Q}; \in \mathbb{F}$$

$$\sqrt{5} \in \mathbb{I}$$

RADICALES

1)d) $\sqrt{13-4} = \sqrt{9} = 3$

e)- $(64)^{1/2} = -\sqrt{64} = -8$

i)2. $(4^{3/2}) = 2 \cdot (\sqrt{4})^3 = 2 \cdot 8 = 16$

2) d) $\sqrt{-36} \notin \mathbb{R}$

f) $\sqrt[5]{-32} = -2$

g) $\sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$

3) c) $2^{-3/2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3/2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^3}$

g) $(16^{-1/2})^3 = \left(\left(\frac{1}{16}\right)^{1/2}\right)^3 = \left(\sqrt{\frac{1}{16}}\right)^3 = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$

4) c) $\frac{1}{\sqrt[3]{b^4}} = \frac{1}{b^{4/3}} = b^{-4/3}$

5) c) Está resuelto en forma correcta.

d) Esta resuelto en forma correcta.

e) No está resuelto en forma correcta pues : $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

6) c) $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = a$ con $a > 0$

h) $(\sqrt[3]{-a})^3 = -a$



j) $\sqrt{-3^2} = \sqrt{-9}$ no está definido en el conjunto de R.

7) h) $\sqrt[4]{(-2)^4} = \sqrt[4]{16} = 2$

n) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = \sqrt{1-2\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2} = \sqrt{1-2\sqrt{2}}$

o) $\sqrt[3]{(1-\sqrt{2})^3} = 1-\sqrt{2}$

q) $\sqrt[8]{\frac{256x^{16}}{y^8}} = \sqrt[8]{\frac{2^8 x^{16}}{y^8}} = \frac{\sqrt[8]{2^8} \sqrt[8]{x^{16}}}{\sqrt[8]{y^8}} = \frac{2 \cdot x^2}{y}$

8) f) $\sqrt[3]{\frac{0,064a^8b^{10}}{c^{21}}} = \frac{\sqrt[3]{\frac{64}{1000}} \sqrt[3]{a^6 \cdot a^2} \sqrt[3]{b^9 \cdot b^1}}{\sqrt[3]{c^{21}}} = \frac{4 a^2 \sqrt[3]{a^2} b^3 \sqrt[3]{b}}{10 c^7} = \frac{2 a^2 b^3 \sqrt[3]{a^2 b}}{5 c^7}$

g) $\sqrt[5]{243(x-1)^6} = \sqrt[5]{3^5 (x-1)^5 (x-1)} = 3 \cdot (x-1) \cdot \sqrt[5]{x-1}$

9) c) $\sqrt[3]{2z} \cdot \sqrt[6]{8xz} = \sqrt[3]{2^2 z^2} \sqrt[6]{2^3 xz} = \sqrt[6]{2^5 xz^3}$

h) $\sqrt[5]{xy^4z^2} : \sqrt[3]{y^2z} = \frac{\sqrt[5]{x^3 y^{12} z^6}}{\sqrt[3]{y^{10} z^5}} = \sqrt[15]{\frac{x^3 y^{12} z^6}{y^{10} z^5}} = \sqrt[15]{x^3 y^2 z}$

10) d) $\sqrt[4]{9y^8} + \sqrt[6]{27y^{12}} = \sqrt[4]{3^2} \sqrt[4]{y^8} + \sqrt[6]{3^3} \sqrt[6]{y^{12}} = y^2 \sqrt{3} + y^2 \sqrt{3} = 2y^2 \sqrt{3}$

i) $\sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{24}) + \sqrt{98} = \sqrt{18} - \sqrt{72} + \sqrt{98} = \sqrt{3^2 \cdot 2} - \sqrt{3^2 \cdot 2^3} + \sqrt{7^2 \cdot 2} =$

$3\sqrt{2} - 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

h) $\frac{(\sqrt{75} - \sqrt{27})}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5^2 \cdot 3} - \sqrt{3^3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(5-3)}{\sqrt{3}} = 2$

n) $(2 + \sqrt{5})^2 = 2^2 + 4\sqrt{5} + \sqrt{5^2} = 4 + 5 + 4\sqrt{5} = 9 + 4\sqrt{5}$

11) Tienen denominador irracional : $\frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

12) e) $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{375}} = \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{5^3 \cdot 3}} = \frac{\sqrt[3]{3^2}}{5 \cdot \sqrt[3]{3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{\sqrt[3]{3^4}}{5 \cdot \sqrt[3]{3^3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{3}}{5 \cdot 3} = \frac{\sqrt[3]{3}}{5}$



$$m) \frac{1-\sqrt{c}}{\sqrt[4]{c}-\sqrt{c}} = \frac{1-\sqrt{c}}{\sqrt[4]{c}-\sqrt{c}} \cdot \frac{\sqrt[4]{c}+\sqrt{c}}{\sqrt[4]{c}+\sqrt{c}} = \frac{(1-\sqrt{c})(\sqrt[4]{c}+\sqrt{c})}{(\sqrt[4]{c}+\sqrt{c})(\sqrt[4]{c}-\sqrt{c})} = \frac{(1-\sqrt{c})(\sqrt[4]{c}+\sqrt{c})}{(\sqrt[4]{c^2}-\sqrt{c^2})} =$$

$$\frac{(1-\sqrt{c})(\sqrt[4]{c}+\sqrt{c})}{\sqrt{c}-c} = \frac{(1-\sqrt{c})(\sqrt[4]{c}+\sqrt{c})}{\sqrt{c}-c} \cdot \frac{(\sqrt{c}+c)}{(\sqrt{c}-c)(\sqrt{c}+c)} = \frac{(1-\sqrt{c})(\sqrt[4]{c}+\sqrt{c})(\sqrt{c}+c)}{c-c^2}$$

$$13) \quad b) \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{\sqrt{2^2}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2} = \frac{2}{5+2\sqrt{6}} = \frac{2}{(5+2\sqrt{6})} \cdot \frac{(5-2\sqrt{6})}{(5-2\sqrt{6})}$$
$$= \frac{2(5-2\sqrt{6})}{25-4 \cdot 6} = \frac{2}{1}(5-2\sqrt{6})$$

$$d) \sqrt[3]{\frac{\sqrt{8}-8}{\sqrt{8}-1}} = \sqrt[3]{\frac{(\sqrt{8}-8)(\sqrt{8}+1)}{(\sqrt{8}-1)(\sqrt{8}+1)}} = \sqrt[3]{\frac{(\sqrt{8}-8)(\sqrt{8}+1)}{(\sqrt{8^2}-1)}} = \sqrt[3]{\frac{8-8\sqrt{8}+\sqrt{8}-8}{7}}$$
$$= \sqrt[3]{\frac{-7\sqrt{8}}{7}} = \sqrt[3]{-\sqrt{8}} = -\sqrt[6]{2^3} = -\sqrt{2}$$

$$14) \quad \text{II} \quad a) \sqrt[4]{8^3} : \sqrt[3]{8} = 4\sqrt[3]{(2^3)^{3.3}} : 3\sqrt[4]{(2)^{3.4}} = \sqrt[12]{2^{27}} : 2^{12} = \sqrt[12]{2^{15}} = \sqrt[4]{2^5} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2} = 2\sqrt[4]{2}$$

$$b) 8^{3/4} : 8^{1/3} = 8^{3/4 - 1/3} = 8^{5/12} = (2)^{3 \cdot 5/12} = 2^{5/4} = \sqrt[4]{2^5} = 2\sqrt[4]{2}$$

$$15) \quad e) \sqrt[3]{\sqrt[10]{x^{12}}} \text{ loo} = \sqrt[30]{x^{12}} = \sqrt[5]{x^2}$$



5 - EXPRESIONES ALGEBRAICAS

1) Marque con una cruz las expresiones algebraicas que son polinomios

$16 + x^{-1}$

$\sqrt[5]{x^2} - 9$

$\sqrt{\frac{2x+1}{3}}$

$\sqrt{3} \cdot x^2 - 3x + 5$

$\frac{2}{5}x^{10} - 5x^6 + 7x - 8$

$\frac{x^5}{10} - \frac{x}{5}$

2) Dados los siguientes polinomios:

$$P(x) = 2x^2 - 3 \quad ; \quad Q(x) = 5x + 1 \quad ; \quad T(x) = -6x^3 + 2x^2 + 7$$

Resuelva los siguientes cálculos combinados:

a) $P(x) \cdot Q(x) - T(x)$ **b)** $T(x) \cdot [Q(x) + P(x)]$ **c)** $[Q(x)]^2 - T(x)$

3) Dados los siguientes polinomios : $P(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 2$; $Q(x) = x^2 - 1$

$$T(x) = x - 1. \text{ Calcule las siguientes operaciones:}$$

a) $P(x) : Q(x)$ **b)** $P(x) : T(x)$ **c)** $Q(x) : T(x)$

d) $[P(x) + Q(x)] : (x + 2)$

4) Factoree los siguientes polinomios:

a) $24x^5 + 18x^4 - 30x^2$

b) $\frac{15}{16}x^4 - \frac{21}{40}x^3 - \frac{9}{28}x$

c) $\frac{5}{4}x^3 - 15ax^4$

d) $2 \cdot (x-y) + 3 \cdot (x-y)^2$

e) $12x^3y - 4x^2 + 8x^4$

f) $4 \cdot (m-n) - (m-n)^2$

g) $10(a-b)^3 - 5(b-a)$

h) $x^6 + 2x^5 + x^4 + 2x^3 + 2x + 4$

i) $2x^5 - x^4 + 6x^3 - 3x^2 + 8x - 4$

j) $x^5 - 4x^3 - 8x^2 + 32$

k) $y^4 - y^3 + y - 1$

5) Factoree los siguientes binomios:

a) $\frac{1}{4}x^2 - 9$

b) $0,49 - x^2$

c) $x^3 - 8$

d) $25x^2 - 4$

e) $x^2 - \frac{49}{121}$

f) $x^4 - 625$



g) $a^5 - \frac{1}{32}$

h) $y^6 - 64$

i) $x^7 + 1$

j) $125m^3 - 27$

k) $x^2 - (2x-y)^2$

l) $x^4 - 36$

6) Marque con una cruz los polinomios que sean trinomios cuadrados perfectos:

a) $x^2 - 10x - 25$

b) $x^2 - 10x + 25$

c) $y^2 - y + \frac{1}{4}$

d) $x^2 + 10x - 25$

e) $x^2 + 5x + \frac{25}{4}$

f) $x^2 - 8x + 4$

7) Califique con Verdadero o falso según corresponda. Justifica tu respuesta adecuadamente:

a) $x^2 - 2x + 1 = (x+1)^2$

b) $x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$

c) $x^2 + 2x - 1 = (x-1)^2$

d) $1 + 3x^2 - 3x - x^3 = (1-x)^3$

e) $x^3 - 27x^2 + 9x - 27 = (x-3)^3$

f) $27 + x^3 + 9x^2 + 27x = (x+3)^3$

8) Factoree los siguientes trinomios:

a) $x^2 + 3x + \frac{9}{4}$

b) $4x^2 - 4x + 1$

c) $x^2 + 4x + 4$

d) $x^2 + 2x - 15$

e) $y^6 + 2y^3 + 1$

f) $5x^2 + 12x - 9$

g) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

h) $x^4 + x^2 + \frac{1}{4}$

9) Factoree los siguientes polinomios:

a) $x^3 + 15x^2 + 75x + 125$

b) $8t^3 - 3t^2 + \frac{3}{8}t - \frac{1}{64}$

c) $3am - 12mx^2 + ax - 4x^3$

d) $-4x^2 + 8x - 4$

e) $x^3 + x^2 + \frac{1}{4}x$

f) $x^3 - 3x^2 - x + 3$

g) $-2x^3 + 3x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{4}$

h) $x^4 - x^2$

i) $x^3 - x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{9}{4}$

j) $x^6 - \frac{1}{16}x^2$

k) $-x^4 + 3x^3 - \frac{9}{4}x^2$

l) $20x^3 - 60x^2 + 45x$

n) $2x^4 - 2x$

m) $\frac{3}{4}x^5 - \frac{3}{32}x^2$



5 – RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS

1) $16 + x^{-1}$ $\sqrt[5]{x^2 - 9}$ $\sqrt{\frac{2x+1}{3}}$

$\sqrt{3 \cdot x^2 - 3x + 5}$ $\frac{2}{5}x^{10} - 5x^6 + 7x - 8$ $\frac{x^5}{10} - \frac{x}{5}$

2) c) $[Q(x)]^2 - T(x)$
 $[Q(x)]^2 = (5x+1)^2 = 25x^2 + 10x + 1$

$$[Q(x)]^2 - T(x) = 25x^2 + 10x + 1 - (-6x^3 + 2x^2 + 7) = 25x^2 + 10x + 1 + 6x^3 - 2x^2 - 7 =$$

$$6x^3 + 23x^2 + 10x - 6$$

3) d) $P(x) + Q(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 2 + x^2 - 1 = x^4 + 2x^3 + 0x^2 + 0x - 3$

Para realizar $(P(x) + Q(x)) : (x+2)$ aplico Regla de Ruffini

	1	2	0	0	-3	
-2		-2	0	0	0	
	1	0	0	0	-3	

Polinomio Cociente = $1 \cdot x^3$

Resto = -3

4) d) $2 \cdot (x-y) + 3 \cdot (x-y)^2 = (x-y) \cdot (2 + 3 \cdot (x-y)) = (x-y) \cdot (2 + 3x - 3y)$

i) $2x^5 - x^4 + 6x^3 - 3x^2 + 8x - 4 = (2x^5 - x^4) + (6x^3 - 3x^2) + (8x - 4) =$

$$x^4(2x-1) + 3x^2(2x-1) + 4(2x-1) = (2x-1) \cdot (x^4 + 3x^2 + 4)$$

5) e) $x^2 - \frac{49}{121} = \left(x - \frac{7}{11}\right) \cdot \left(x + \frac{7}{11}\right)$

j) $125m^3 - 27 = (5m)^3 - 3^3 = (5m-3) \cdot (25m^2 + 15m + 9)$

k) $x^2 - (2x-y)^2 = [x - (2x-y)] \cdot [x + (2x-y)] = (x-2x+y) \cdot (x+2x-y) = (y-x) \cdot (3x-y)$

6) Son trinomios cuadrados perfectos: b) c) e)

7) a) La proposición es falsa pues $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$

d) La proposición es verdadera pues $(1-x)^3 = 1 - 3 \cdot x + 3 \cdot x^2 - x^3$

d) $x^2 + 2x - 15 = (x-3) \cdot (x+5)$

g) $x^4 + x^2 + \frac{1}{4}$

Hago cambio de variables $t = x^2$



$$T^2+t+\frac{1}{4}=\left(t+\frac{1}{2}\right)^2 \qquad x^4+x^2+\frac{1}{4}=\left(x^2+\frac{1}{2}\right)^2$$

9) k) $-x^4+3x^3-\frac{9}{4}x^2=-x^2\cdot\left(x^2-3x+\frac{9}{4}\right)=-x^2\cdot\left(x-\frac{3}{2}\right)^2$

h) $x^3-x^2-\frac{9}{4}x+\frac{9}{4}=(x^3-x^2)+\left(-\frac{9}{4}x+\frac{9}{4}\right)=x^2(x-1)-\frac{9}{4}(x-1)=(x-1)\cdot\left(x^2-\frac{9}{4}\right)$
 $= (x-1)\cdot\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)$

5-1 EXPRESIONES ALGEBRAICAS FRACCIONARIAS

1) Marque con una cruz las expresiones algebraicas fraccionarias

$3x^2-\frac{1}{3}x+5$

$5\cdot x^{-2}$

$\frac{x-2}{4}$

$\frac{x+3}{x^5}$

$\frac{x-3}{x^{-1}}$

$\frac{2x}{5\left(\frac{1}{x}\right)^{-1}+2}$

4) i) Determine para qué valores de x están definidas las siguientes expresiones algebraicas fraccionarias.

ii) Simplifique cuando sea posible:

a) $\frac{x^3+x^2-x-1}{3x^2-3}$	b) $\frac{x^3-x^2}{x^3+x^2-2x}$
c) $\frac{x^2-6x+9}{x^3-9x^2+27x-27}$	d) $\frac{x^5-16x}{x^2-2x}$
e) $\frac{x^2+7x+10}{x^2-25}$	f) $\frac{x^3-x^2+4x-4}{x^4-16}$
g) $\frac{x-5}{2x-10}$	h) $\frac{2x^2+x}{x}$
i) $\frac{-x^2+x+12}{x+3}$	j) $\frac{x-2}{x^3-8}$



k) $\frac{x^3 - 64}{4x - x^2}$	l) $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4}$
m) $\frac{x^2 - 3x - 10}{(x + 2)^2}$	n) $\frac{x^3 - 1}{x^2 - 2x + 1}$

2) Resuelva las siguientes operaciones:

a) $\frac{7 - x^2}{x^2 - 1} + \frac{x^2 - x - 6}{(x - 1)(x + 1)}$

b) $1 + \frac{x - y}{x + y}$

c) $\frac{1}{x - 2} + \frac{1}{x + 2}$

d) $\frac{8}{x^2 - 4} + \frac{x + 4}{x + 2}$

e) $\frac{x^2 + 2}{(x - 2)(x^4 - 1)} - \frac{3x}{x^5 - 2x^4 - x + 2}$

f) $\frac{2}{3x - x^2} \cdot \frac{x - 3}{x}$

g) $\frac{x - \frac{1}{2}}{x^2 - 2x + 4} \cdot (x^3 + 8) \cdot \frac{-8x}{2x^2 + 3x - 2}$

h) $\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} : \frac{2x^4 + 4x^3 + 8x^2}{2x^3 + 4x^2}$

i) $\frac{x^2 - x + 6}{1 - x^2} : \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + x - 2}$

j) $\left(\frac{x}{x - 3} + \frac{2}{x^2 - 6x + 9} \right) : \frac{x - 2}{x + 3}$

k) $\frac{x^2 + 2x - 3 - x(x + 3)}{\frac{x + 3}{(x + 4)^2} : \frac{4}{x + 4}}$

l) $\frac{x^2 - 25}{x^2 - 2x - 3} \cdot \frac{x - 3}{x^2 + 10x + 25} - \frac{x + 5}{x^2 + 6x + 5}$

m) $\frac{\frac{x^2 - 4}{x^4 - 16}}{\frac{x^2 + 4x + 4}{x + 2}}$

n) $\left(1 - \frac{1}{x} \right) \left(\frac{2x}{x^2 - 1} - \frac{1}{x + 1} \right)$

o) $\frac{1 - \frac{1}{x + 1}}{1 + \frac{1}{x - 1}}$

5.1 - RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS

1) Son expresiones algebraicas fraccionarias:

5. $x^{-2} = \frac{5}{x^2}$

$\frac{x + 3}{x^5}$



$$\frac{2x}{5x+2}$$

2) e) i) $\frac{x^2+7x+10}{x^2-25} = \frac{x^2+7x+10}{(x-5)\cdot(x+5)}$ está definida $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 5, x \neq -5$

ii) $\frac{x^2+7x+10}{(x-5)\cdot(x+5)} = \frac{(x+2)\cdot(x+5)}{(x-5)\cdot(x+5)} = \frac{x+2}{x-5}$

3) d) $\frac{8}{x^2-4} + \frac{x+4}{x+2} = \frac{8}{(x-2)\cdot(x+2)} + \frac{x+4}{x+2} = \frac{8+(x-2)\cdot(x+4)}{(x-2)\cdot(x+2)} = \frac{x^2+2x}{(x-2)\cdot(x+2)} =$
 $\frac{x\cdot(x+2)}{(x-2)\cdot(x+2)} = \frac{x}{x-2} \quad \forall x \in \mathbb{R}, x \neq 2, x \neq -2$

m) $\frac{\frac{x^2-4}{x^4-16}}{\frac{x^2+4x+4}{x+2}} = \frac{(x^2-4)}{(x^2-4)\cdot(x^2+4)} : \frac{(x+2)^2}{x+2} = \frac{1}{(x^2+4)} \cdot \frac{1}{(x+2)}$



6 – FUNCIÓN POLINÓMICA DE 1º GRADO

1) Dadas las siguientes funciones polinómicas de primer grado se pide:

a) Determinar: pendiente y ordenada al origen de sus gráficas.

b) Indicar si son crecientes, decrecientes o constantes.

c) Calcular los puntos de intersección con los ejes.

d) Graficar.

i) $y = -5x + 4$

ii) $y - x = 0$

iii) $2y - 3x + 4 = 0$

iv) $3x - 2y + 4 = 0$

v) $y = 2x + 3$

vi) $2x = 4y$

vii) $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} = 1$

viii) $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

ix) $-\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}y = 2$

x) $\frac{x}{-1} - \frac{y}{2} = 1$

xi) $2y - 3x = 3(-x + 4)$

xii) $y = 3(x - 5)^2 - 3x^2 + 26x - 70$

2) Graficar la recta que pasa por los puntos A y B .

El punto A es el punto de intersección del eje y con la recta de ecuación

$$y - 2 = 4(x - 1)$$

El punto B es el punto de intersección del eje x con la recta de ecuación

$$-2x + y + 4 = 0$$

3) Dadas las siguientes funciones polinómicas de primer grado : $y = 2(x - 4) + 3$;

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{4} = 1$$

Se pide :

a) ¿Cuál recta posee mayor pendiente ? b) ¿En qué punto se cortan entre sí las rectas?

c) ¿Qué conclusión puede obtener sobre ellas?

4) Una pileta de natación tiene una capacidad de 65000 litros . Está llena y se vacía con una bomba que saca 5000 litros por hora . Completar la tabla y graficar la cantidad de agua que tiene la pileta en función del tiempo transcurrido desde que comienza a funcionar la bomba.

Tiempo (h)	0	1	2	3	4	5	6
Cantidad de H ₂ O (litros)							



- a) ¿Cuánto tardará en vaciarse la pileta?
- b) ¿Cuántos litros de agua tiene la pileta a las nueve horas de haber comenzado a vaciarse?
- c) ¿Cómo es ésta función?

5) Si un automóvil tiene una velocidad de 60 km/h, completar la tabla con los espacios recorridos en función del tiempo. En general **espacio = velocidad · tiempo**. Mediante fórmula:
 $e = v \cdot t$

Completar la tabla y graficar.

Tiempo (h)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
Espacio(km)								

6) Para enviar un paquete al exterior una empresa de correo privado cobra una suma fija de \$ 6 en concepto de seguro y \$ 3 por cada paquete que envía.

Otra empresa cobra \$ 4,5 por cada paquete, precio que incluye el seguro.

a) Escribir las ecuaciones que representan el costo y [\$] en función del número de paquetes enviados x [n° de paquetes enviados], para cada empresa.

b) ¿Con cuántos paquetes da lo mismo enviarlos por cualquier empresa?

c) Si dispongo de \$ 36, ¿con qué empresa me conviene mandar ?

d) Si quiero enviar 8 paquetes ¿cuál de las empresas cobra menos?

e) Graficar en un mismo sistema de ejes las dos funciones lineales.

7) Un paracaidista que salta desde un avión que vuela constantemente a una altura de 2000 metros, desciende 100 metros cada segundo.

- a) Encontrar las funciones que describen la altura respecto del suelo en función del tiempo, tanto para el avión como para el paracaidista.
- b) Graficarlas en un mismo sistema de ejes
- c) ¿Qué representan la pendiente y la ordenada al origen para la función que describe el descenso del paracaidista?
- d) ¿A los cuántos segundos desde que saltó toca el suelo el paracaidista?
- e) ¿A qué altura se encuentran a los 5 segundos del salto tanto el paracaidista como el avión?

8) Por el alquiler de un coche se cobran \$120 diarios más \$2 por kilómetro:



- a) Encuentra la ecuación que relaciona el costo diario con el número de kilómetros y representala.
b) Si en un día se ha hecho un total de 415 km, ¿qué importe debemos abonar?

9) Indicar cuáles rectas representadas por las siguientes ecuaciones son paralelas.

Graficar sólo las paralelas en un mismo sistema de ejes.

a) $y=2x+3$ b) $y=\frac{1}{2}x+3$ c) $2y=x+3$ d) $y-2x=4$ e) $\frac{y-x}{5}=1$

10) Representar gráficamente una recta que no tenga intersección con el eje x .

¿Cuál es su pendiente? ¿Cuál es su ecuación?

11) Encuentra las ecuaciones de las siguientes rectas que cumplen con las siguientes condiciones y graficalas

- a) Tiene pendiente -3 y ordenada en el origen -1.
b) Tiene por pendiente 4 y pasa por el punto (-3, 2).
c) Pasa por los puntos A=(-1, 5) y B=(3, 7).
d) Pasa por el punto P=(2, -3) y es paralela a la recta de ecuación $y = -x + 7$

12) Indicar cuáles rectas representadas por las siguientes ecuaciones son

perpendiculares .

Graficar sólo las perpendiculares en un mismo sistema de ejes.

a) $2x + 4 + 6x = -y$

b) $y = 8x + 6$

c) $y + \frac{x}{2} = -y + \frac{3}{4}x$

13) Calcular los valores de **m** y **b** de modo que la recta de ecuación $y = mx + b$ resulte

perpendicular a la recta de ecuación $-(y + x) \cdot 2 = \frac{x}{3}$, y además pase por el punto

(-1, 2)

14) Calcular los valores de **m** y **b** de modo que la recta de ecuación $y = mx + b$ resulte

paralela a la recta de ecuación $-(y + x) \cdot 2 = \frac{x}{3}$, y además pase por el punto

$(-1, -2)$

15) Escribir la ecuación de una función polinómica de primer grado cuya intersección con el eje x sea el punto $(-1, 0)$. ¿Existe otra recta con esta característica?

16) Calcular gráficamente el punto de intersección de las rectas de ecuaciones:

$$2x + y = 8 \quad \text{y} \quad 3x - 2y = -2$$

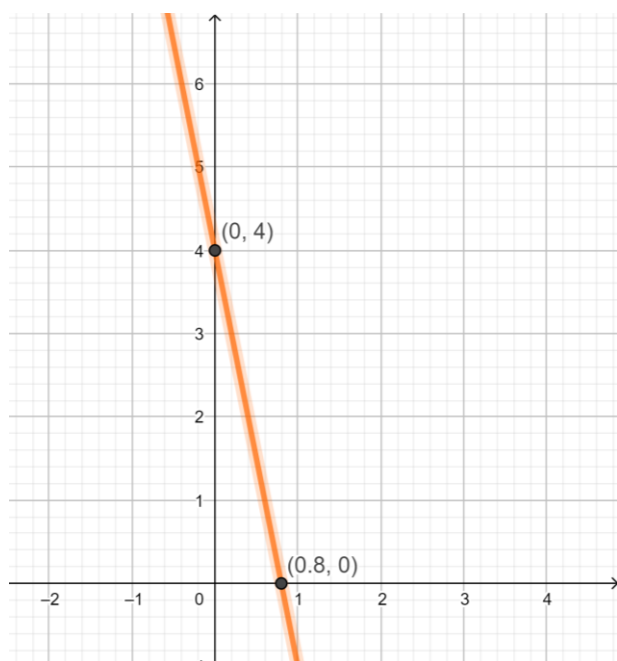
6 - EJERCICIOS RESUELTOS

1 i) Pendiente $m = -5$, ordenada al origen $b = 4$

Es decreciente.

Intersección con eje y $(0, 4)$

Intersección con eje x $(0.8, 0)$

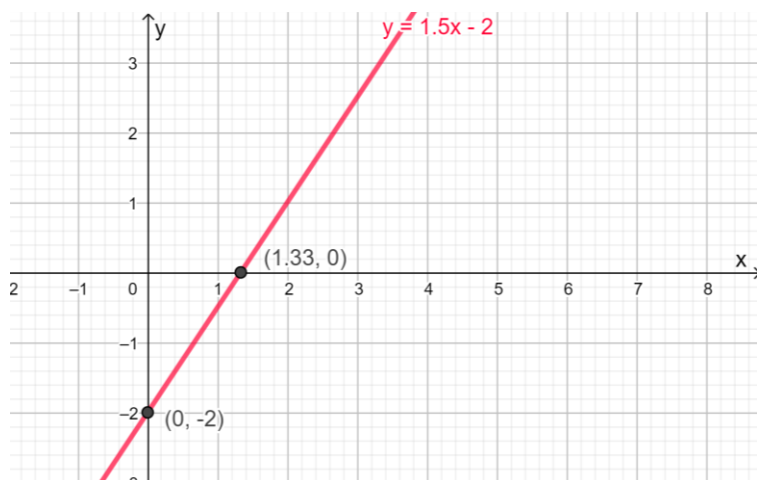


iii) $2y - 3x + 4 = 0$, la ecuación en forma explícita $y = 1.5x - 2$

$m=1.5$ $b=-2$, la función es creciente

Intersección con eje x : (1.33, 0)

Intersección con eje y : (0,-2)

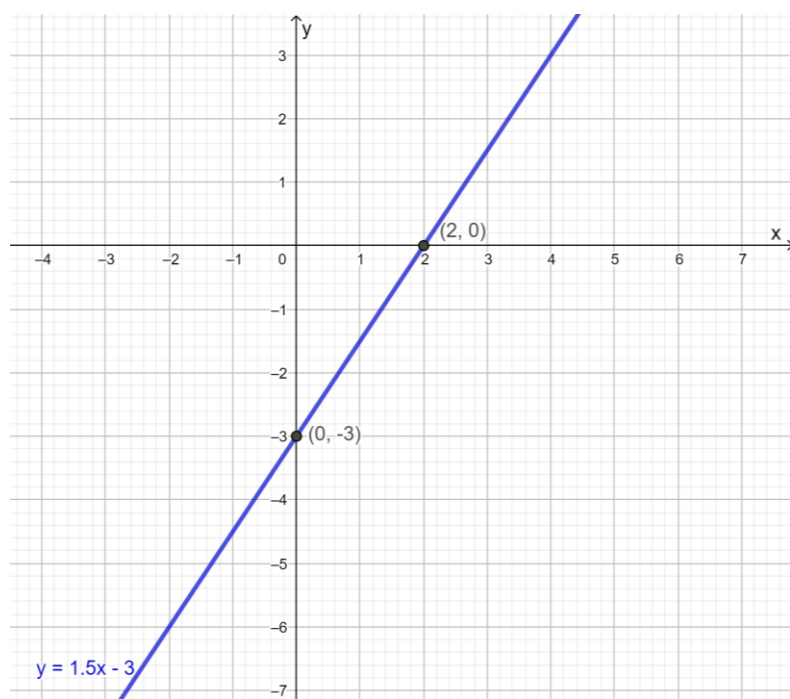


vii) $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} = 1$ pasando a la forma explícita obtenemos $y = 1.5x - 3$

$m= 1.5$ $b=-3$, la función es creciente

Intersección con eje x (2,0)

Intersección con eje y (0,-3)



xi) $2y-3x = 3 (-x+4)$ trabajando algebraicamente llegamos a

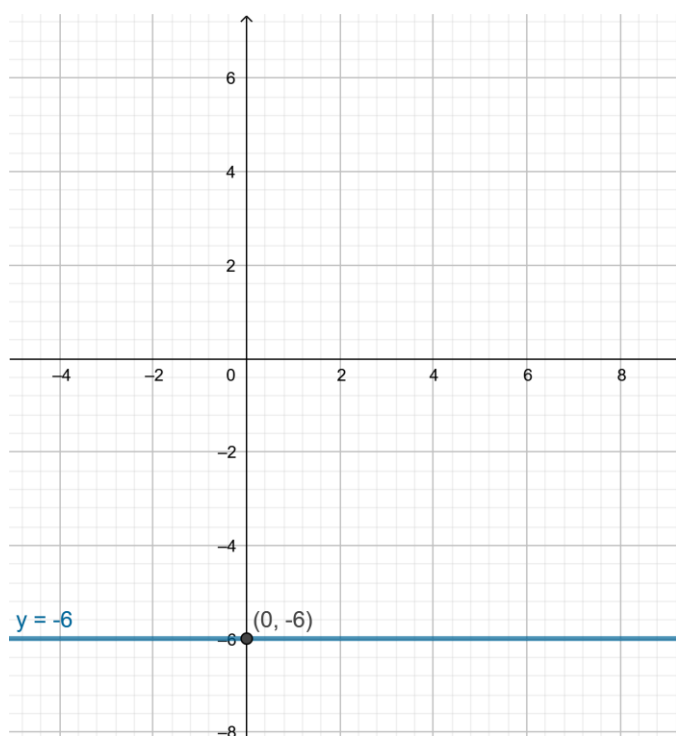


$$y = -6 \quad m = 0, \quad b = -6$$

La función es constante

No existe intersección con el eje x

La intersección con el eje y es (0, -6)



3) Dadas las siguientes funciones polinómicas de primer grado : $y = 2(x - 4) + 3$;

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{4} = 1$$

a)

$$y = 2(x - 4) + 3 \Rightarrow y = 2x - 5 \Rightarrow m_1 = 2$$

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{4} = 1 \Rightarrow y = 2x + 4 \Rightarrow m_2 = 2$$

Entonces las pendientes son iguales

- b) Las rectas no se cortan en ningún punto
- c) Las rectas son paralelas

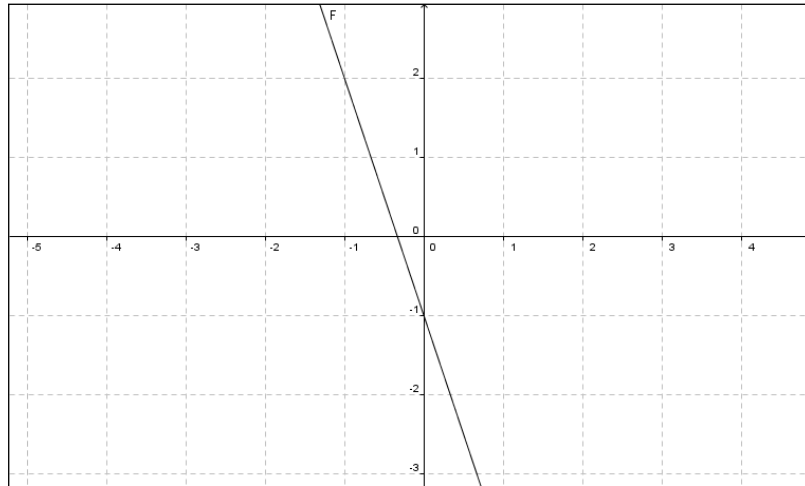
8) a) $Y(\text{km}) = 2 \cdot \text{km} + 120 \rightarrow Y(U) = \text{costo diario en } \$$

$\rightarrow \text{km} = \text{Número de kilómetros recorridos}$

b) $Y(\text{km}) = 2 \cdot 415 + 120 \rightarrow Y(\text{km}) = 950$

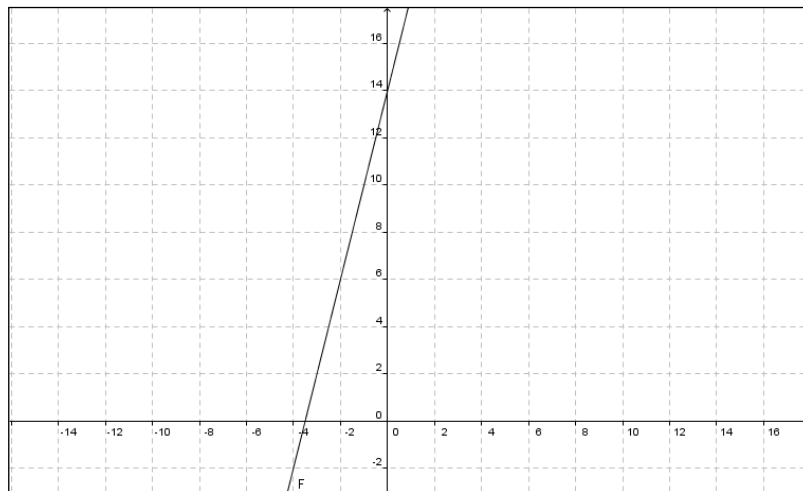
11)

a)



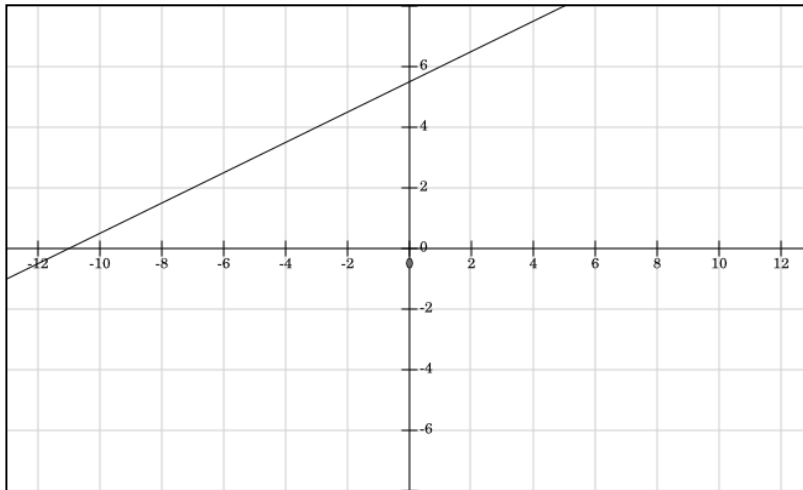
$$y = -3x - 1$$

b)



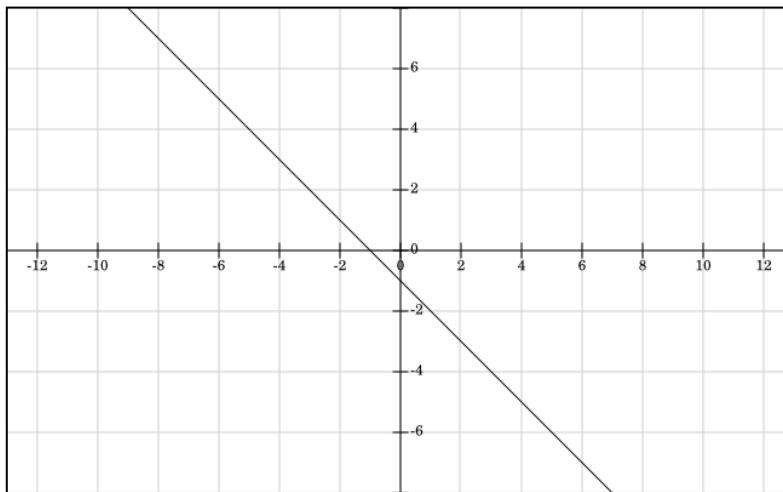
$$y = 4x + 14$$

c)



$$y = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$$

d)



$$y = -x - 1$$

13) Calcular los valores de **m** y **b** de modo que la recta de ecuación $y = mx + b$ resulte perpendicular a la recta de ecuación $-(y + x) \cdot 2 = \frac{x}{3}$, y además pase por el punto

$(-1, 2)$

$$-(y + x) \cdot 2 = \frac{x}{3} \Rightarrow y = \frac{-7x}{6} \Rightarrow m_1 = \frac{-7}{6} \Rightarrow m = \frac{6}{7}$$



Como pasa por $(-1,2)$ entonces $y-2 = \frac{6}{7}(x+1)$ entonces $y = \frac{6}{7}x + \frac{20}{7}$

Por lo tanto $m = \frac{6}{7}$ $b = \frac{20}{7}$

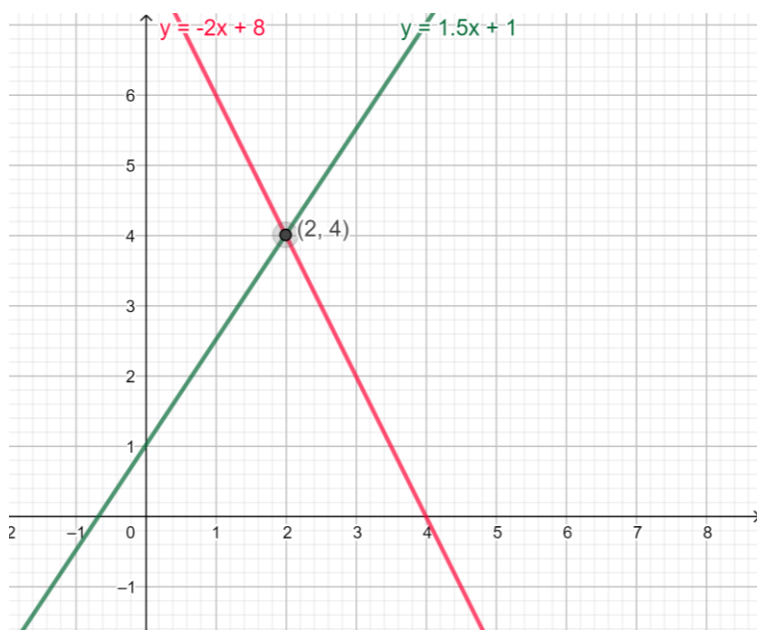
16) Calcular gráficamente el punto de intersección de las rectas de ecuaciones:

$$2x + y = 8 \quad \text{y} \quad 3x - 2y = -2$$

Para graficar $2x + y = 8$ despejo y y obtenemos: $y = -2x + 8$

Para graficar $3x - 2y = -2$ despejo y y obtenemos : $y = \frac{3}{2}x + 1$

El punto de intersección es $(2,4)$





7. SISTEMA DE 2 ECUACIONES LINEALES CON 2 INCOGNITAS

1) Resolver los siguientes sistemas por el método de sustitución

$$\text{a) } \begin{cases} 2x+y=8 \\ 3x-2y=-2 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x-y=\frac{1}{2} \\ 2y+x=\frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} \frac{1}{2}x=\frac{1}{3}y+\frac{1}{12} \\ \frac{16}{9}y=\frac{5}{3}-\frac{1}{2}x \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 12y-(x+10)=9 \\ x-(y-2)=5 \end{cases} \quad \text{e) } \begin{cases} \frac{x-1}{y+1}=\frac{1}{3} \\ \frac{x+1}{y-1}=3 \end{cases} \quad \text{f) } \begin{cases} \frac{1-y}{2}+\frac{x+3}{5}=0 \\ -\frac{x+2}{3}+\frac{2y+1}{4}=\frac{5}{12} \end{cases}$$

2) Resolver los siguientes sistemas por el método de igualación.

$$\text{a) } \begin{cases} 4x+6y=8 \\ 2x+3y=4 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2y-\frac{3}{2}x=\frac{3}{4} \\ 8y-6x=3 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 3x+y=4 \\ 3x-y=4 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x=\frac{2y-1}{3} \\ 6x+4=3y \end{cases} \quad \text{e) } \begin{cases} 5x-2y=-1 \\ 10x-4y=-4 \end{cases} \quad \text{f) } \begin{cases} -\frac{1}{2}y=6-(7-\frac{1}{2}x) \\ \frac{1}{3}x=\frac{1}{2}y-6 \end{cases}$$

3) Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones con el método gráfico.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x-2y=-6 \\ x+y=-1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 6x-4y=2 \\ 3x-2y=1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 2x-y=10 \\ x+2y=0 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} 4x+2y=-4 \\ 2x+y=5 \end{cases}$$



$$\text{e) } \begin{cases} 5y - 10x = 15 \\ 2x - y + 3 = 0 \end{cases} \quad \text{f) } \begin{cases} 5y - 7 = 0 \\ y + 3 = 0 \end{cases} \quad \text{g) } \begin{cases} y - 2 = 0 \\ 3x + 5 = 0 \end{cases} \quad \text{h) } \begin{cases} 6x - 3y = 12 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$$

4) Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones con el método que desee.

Decir en cada caso si el sistema es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible.

$$\text{a) } \begin{cases} y + x = 1 \\ y - 3x = 0 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 4x + 2y = 2 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + \frac{1}{3}y = 1 \end{cases}$$

- 5) En una elección se presentaron únicamente dos listas: la A y la B. Sobre el total de 200 votantes, hubo 10 votos en blanco y 10 anulados. Si la lista B obtuvo una quinta parte menos de votos que los obtenidos por la lista A, ¿cuántos votos obtuvo cada una de las listas?
- 6) En una fiesta la cantidad de mujeres supera en 8 a la tercera parte del número de hombres. Al retirarse 2 parejas, la cantidad de hombres duplicó a la cantidad de mujeres. ¿Cuántas personas asistieron a la fiesta?
- 7) En distintas jaulas tengo ratones blancos y negros. Hay el doble de ratones blancos que negros. Se sabe además que si cada pareja blanca tiene tres crías y los negros cuadruplican su número se llega a un total de 63 ratones entre blancos y negros. Se pide el número de ratones de cada color.
- 9) En una oficina hay tres veces más empleados que en otra.

Cuando se transfieren 7 empleados de la primera a la segunda ambas oficinas quedan con igual cantidad. Averiguar el número original de empleados de cada oficina.

10) Averiguar las edades de 3 hermanas de las cuales se sabe que: la suma de sus edades es 35 años, que dos de ellas son mellizas y que hace 3 años la menor de las edades era la sexta parte de la mayor.

11) Hallar dos números sabiendo que su suma es 19 y su diferencia es 5.



12) Hallar dos números sabiendo que el duplo del primero más el triplo del segundo es -10 y que la diferencia entre el primero y el segundo es -10 .

13) Hallar las edades de un padre y la de su hijo sabiendo que la del primero es el cuádruplo de la del segundo y que el padre tiene 24 años más que el hijo.

14) Hallar dos números sabiendo que su suma es 56 y su razón es $\frac{3}{5}$

15) En una juguetería donde se venden bicicletas y triciclos, Carlos dice :

hay 60 ruedas.

Javier agrega: hay 5 bicicletas más que triciclos.

¿Cuántos hay de cada uno ?

16) Cecilia dice: cuando yo nací Victoria tenía 2 años.

Si la suma de sus edades es 8 años.¿ Cuántos años tiene cada una ?

17) El perímetro de un rectángulo es 24 cm.

La diferencia entre la base y la altura es 2 cm. Calcular sus lados y su superficie.

18) La mitad de un número es igual a la tercera parte de otro.

¿Cuáles son los números si sus suma es 10?

19) Dos personas aportan capitales a una empresa.

La diferencia de aportes representa un tercio del capital conjunto, y el doble de uno de los aportes menos el otro es de \$ 60.000

¿ Cuánto aportó cada persona ?

20) La suma de las cifras de un número de dos dígitos es 13.



Si se suma 27 a dicho número se obtiene otro número con sus cifras en orden inverso a las del original. Hallar el número.

7 - EJERCICIOS RESUELTOS:

$$1) \quad a) \begin{cases} 2x + y = 8 \\ 3x - 2y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= 8 - 2x \\ 3x - 2(8 - 2x) &= -2 \\ 3x - 16 + 4x &= -2 \\ 3x + 4x - 16 + 16 &= -2 + 16 \\ 7x &= 14 \\ 7: 7x &= 14: 7 \\ \boxed{x} &= \boxed{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 8 - 2x \\ y &= 8 - 2 \cdot 2 \\ y &= 8 - 4 \\ \boxed{y} &= \boxed{4} \end{aligned}$$

Respuesta:

$$\boxed{(x, y) = (2, 4)}$$

$$b) (x, y) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$e) (x, y) = (2, 2)$$

$$c) (x, y) = \left(\frac{2}{3}, \frac{3}{4}\right)$$

$$f) (x, y) = (-3, 1)$$

$$d) (x, y) = (5, 2)$$

$$2) \quad a) (x, y) = \left(2 - \frac{3}{2}y, y\right) \quad y \in R$$

$$b) (x, y) = \left(x, \frac{3}{8} + \frac{3}{4}x\right) \quad x \in R$$

$$c) \begin{cases} 3x + y = 4 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$$

$$y = 4 - 3x$$

$$y = -4 + 3x$$

$$-3x = -4 + 3x$$

$$-3x - 3x = -4 - 4$$

$$-6x = -8$$

$$\boxed{x} = \boxed{\frac{4}{3}}$$

$$y = 4 - 3x$$

$$y = 4 - 3 \cdot \frac{4}{3}$$

$$y = 4 - 4$$

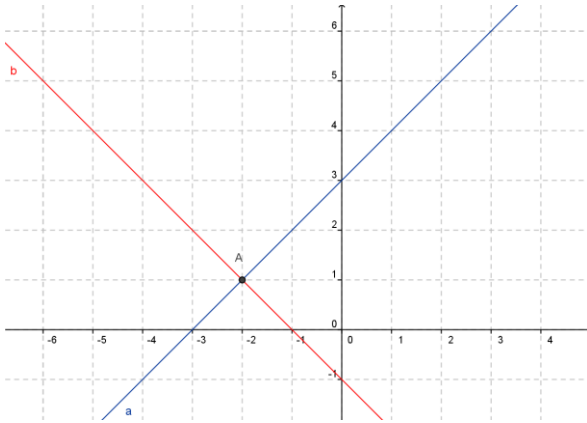
$$\boxed{y} = \boxed{0}$$

Respuesta:

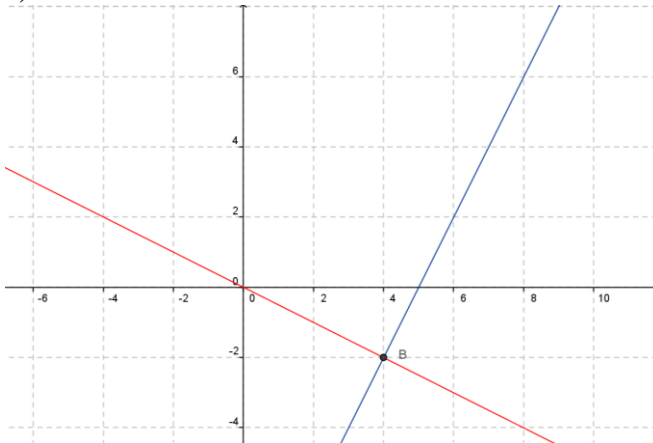
$$(x, y) = \left(\frac{4}{3}, 0\right)$$

- d) $(x, y) = \left(-\frac{5}{3}, -2\right)$ e) $(x, y) \in \emptyset$ f) $(x, y) = (-6, 8)$

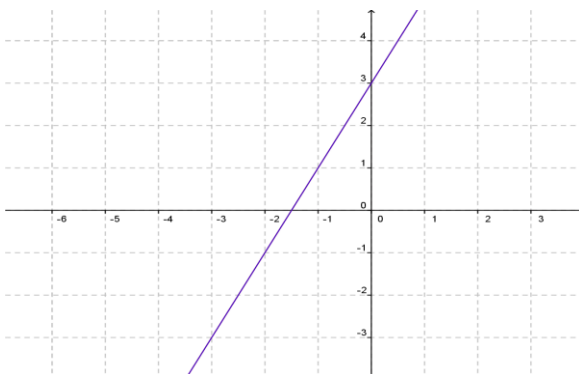
3) a)



c)

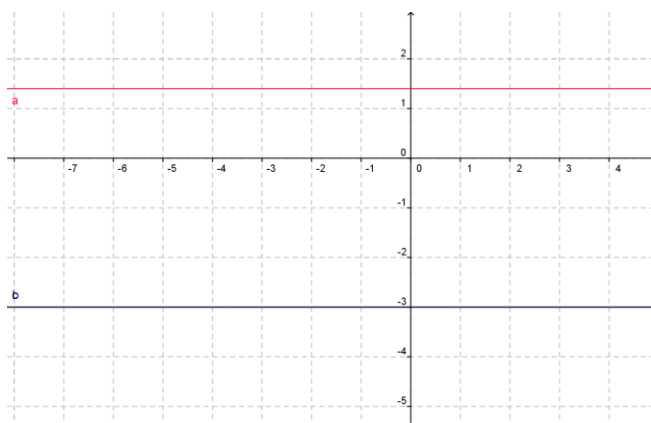


e)





f)



4)

$$a) \begin{cases} y + x = 1 \\ y - 3x = 0 \end{cases}$$

$$y = 1 - x$$

$$y = 1 - \frac{1}{4}$$

$$1 - x - 3x = 0$$

$$\boxed{y = \frac{3}{4}}$$

$$1 - 4x = 0$$

$$-4x = -1$$

$$\boxed{x = \frac{1}{4}}$$

Respuesta:

$$\boxed{(x, y) = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)} \text{ COMPATIBLE DETERMINADO}$$



b) $(x, y) \in \emptyset$ Incompatible

c) $(x, y) = (x, 1 - 2x)$ $x \in \mathbb{R}$ Compatible Indeterminado

d) $(x, y) = (1, 0)$ Compatible determinado

e) $(x, y) \in \emptyset$ Incompatible

f) $(x, y) = (1, 0)$ Compatible determinado

g) $(x, y) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ Compatible determinado

h) $(x, y) = (12, 8)$ Compatible determinado

5) La lista A obtuvo 150 votos y la lista B 30 votos.

6) En la fiesta había 42 varones y 22 mujeres.

7) En las distintas jaulas hay 18 ratones blancos y 9 ratones negros.

8) En cada oficina hay 21 y 7 empleados.

9) Las hermanas mellizas tienen 15 años y la menor tiene 5 años.

10) Los números son 12 y 7.

11) Los números son 8 y 2.

12) El padre tiene 32 años y el hijo 8 años.

13) Los números son 21 y 35.

14) En la juguetería hay 15 bicicletas y 10 triciclos.

15) Cecilia tiene 3 años y Victoria 5 años.

16) La medida de los lados del rectángulo son 5 cm y 7 cm. La superficie es 35 cm^2

17) Los números son 4 y 6.

18) Cada persona aporta \$ 40.000 y \$ 20.000 respectivamente.

19)
$$\begin{cases} x + y = 13 \\ (10x + y) + 27 = 10y + x \end{cases} \quad x = 13 - y$$

$$10(13 - y) + y + 27 = 10y + 13 - y$$

$$130 - 10y + y + 27 = 10y + 13 - y$$

$$144 = 10y - y - 10y - y \quad x = 13 - 8$$

$$144 = 18y \quad \boxed{x = 5}$$



$$8 = y$$

El número es 58

8. FUNCION POLINOMIAL DE 2º GRADO

1) Para cada una de las siguientes funciones se pide:

a) Dominio.



- b) Intersección con los ejes.
c) Forma canónica, vértice, eje de simetría, mayor o menor valor de la función.
d) Gráfica.
e) Rango.

i) $Y=2x^2-x+1$

ii) $Y=x^2+3x+2$

iii) $Y=-x^2+2$

iv) $Y=1/2x^2-x+1/2$

v) $y=2x^2-4x+6$

vi) $Y=x^2-5/2x+1$

vii) $Y=-x^2+2x$

viii) $y=3x^2-2x+1$

ix) $Y=-x^2-1/4x+2$

x) $y=1/3x^2+2x+21$

xi) $Y=2x^2-12x+19$

xii) $Y=1/5x^2-8/5x+31/5$

3) Una empresa constructora describe el beneficio por día (en \$) de acuerdo con cierto material que vende (en kg) según la fórmula: $B(x) = -x^2 + 16x - 20$. Escribir la ecuación en su forma canónica y representar. ¿Cuánto dinero pierde si no vende ningún kg de material? ¿Cuántos kg debe vender para que el beneficio sea máximo y cuál es la ganancia?

4) El número de ciervos que se introdujeron en una isla luego de un tiempo t (en años) está dado por $N(t) = -t^2 + 21t + 100$. Expresar la ecuación en forma canónica y representar. ¿Cuántos ciervos había inicialmente y cuándo se extinguirán? ¿A partir de cuántos años la manada comienza a decrecer?

5) Un grupo de biólogos estudia las características de un lago artificial en el cual introdujeron un conjunto de peces para analizar la evolución de esta población. En un principio, la colonia crece reproduciéndole normalmente, pero al cabo de unos meses algunos peces mueren, a causa del hacinamiento. Uno de los científicos plantea:

“...He llamado x a los días que han transcurrido y N a la cantidad de peces...”.

Mis registros indican que el conjunto de peces evoluciona según la ley :

$$N = 240 + 10x - \frac{1}{10}x^2$$

Debemos hacer algo rápidamente ya que, con esta proyección, pronto se extinguirán.

Sobre la base de la ecuación dada por ese científico:

- a) ¿Cuántos peces introdujeron en el lago?
b) ¿Cuál fue la cantidad máxima que llegó a haber? ¿en qué momento?
c) ¿Cuándo se extinguiría esa población?
d) Graficar usando escalas adecuadas en cada eje.
e) ¿Durante cuánto tiempo la cantidad de peces fue aumentando?

6) Desde la azotea de un edificio un objeto es lanzado hacia arriba



La distancia d , medida en metros, que hay entre el objeto y el suelo a los t segundos está dada por: $d = -44t^2 + 44t + 33$.

- Calcular la distancia máxima entre el objeto y el suelo.
- Obtener la altura del edificio.
- ¿Cuántos segundos demora el objeto lanzado en llegar al suelo?

7) La ganancia de una fábrica de helados está descripta por una ecuación cuadrática. Si no se vende ningún kilo, el comerciante pierde \$ 450. No gana ni pierde si el volumen de ventas es de 10 o de 90 Kg.

- Seleccione la ecuación correcta:

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 50x - 450 \quad \text{o}$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - 50x - 450$$

- ¿Cuál debe ser la venta para obtener la ganancia máxima?
¿De cuánto es la ganancia máxima?

- Graficar

8) Los registros de temperatura tomados entre las 0 hs. y las 24 hs. en una zona rural, se ajustan

a la función: $T(x) = -\frac{1}{10}x^2 + \frac{24}{10}x - \frac{44}{10}$, donde T es la temperatura en [°C] y x es la hora del día.

- Calcular el Dominio de la función $T = f(x)$ en el contexto del problema.
- ¿Cuál es la máxima temperatura y a qué hora se registró? ¿Cuándo la temperatura fue de 0° C? ¿Qué temperatura había a las tres de la tarde?
- Graficar.
- ¿Cuál es la mínima temperatura registrada y a qué hora?

9) Los distintos niveles de altura que alcanza un delfín, en función del tiempo durante un

salto, se pueden medir mediante la siguiente ecuación: $h = at^2 + 10t$

- Calcular a sabiendo que cuando $t = 1$ seg., $h = 5$ m

- b) ¿Cuál es la duración del salto?
 c) ¿Cuánto tarda en alcanzar la altura máxima?
 d) ¿Qué altura alcanzó a los 0,5 seg., cuándo vuelve a alcanzar esa altura?
 e) Graficar.

8 - EJERCICIOS RESUELTOS:

1) En todos los casos el $\text{dom } f = \mathfrak{R}$ por tratarse de una función polinómica

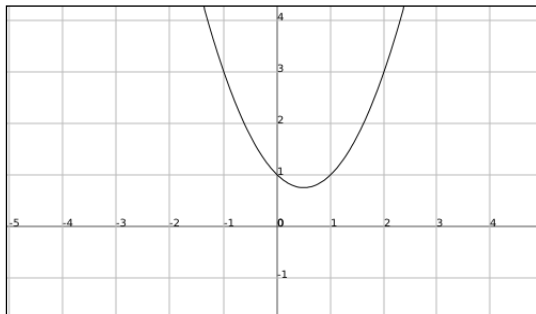
Ecuación	Intersección con los ejes:	Forma Canónica:	Vértice:	Eje de simetría :	Mayor o menor valor de la función:	Rango
i) $Y=2x^2-x+1$	-No corta al eje x -Corta a eje y en (0;1)	$Y=2(x-1/4)^2+7/8$	(1/4;7/8)	$x=1/4$	Menor valor $k=f(1/4)=7/8$	$[7/8,\infty)$
ii) $Y=x^2+3x+2$	-Corta al eje x en : (-2;0) , (-1;0) Corta al eje y en: (0;2)	$Y=(x+3/2)^2-1/4$	(-3/2;-1/4)	$x=-3/2$	Menor valor $k=f(-3/2)=-1/4$	$[-1/4,\infty)$
iii) $Y=-x^2+2$	-Corta al eje x en: ($\sqrt{2}$;0) y ($-\sqrt{2}$;0) -Corta al eje y en : (0;2)	$Y=-(x)^2+2$	(0;2)	$x=0$	Mayor valor $k=f(0)=2$	$(-\infty,2]$
iv) $y=\frac{1}{2}x^2-x+1$	-No corta al eje x -Corta al eje y en: (0;1)	$Y=1/2(x-1)^2+1/2$	$\left(1, \frac{1}{2}\right)$	$x=1$	Menor valor $k=f(1)=1/2$	$[1/2,\infty)$
v) $y=2x^2-4x+6$	-no corta al eje x -corta al eje y en : (0;6)	$Y=2(x-1)^2+4$	(1;4)	$x=1$	Menor valor $k=f(1)=4$	$[4,\infty)$
vi) $y=x^2-\frac{5}{2}x+1$	- Corta al eje x en: (1/2;0) y (2;0)	$y = \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}$	(5/4, -9/16)	$x=\frac{5}{4}$	Menor valor $k=f(5/4)=-9/16$	$[-9/16,\infty)$



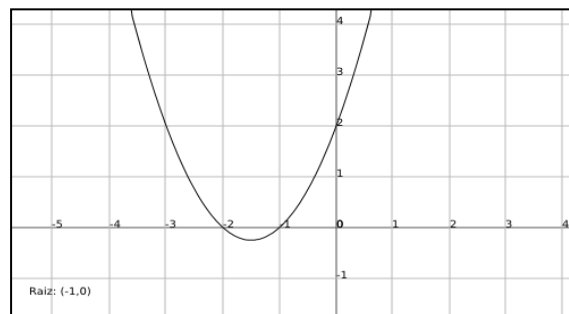
	-Corta al eje y en : (0;1)				-9/16	
vii) $y = -x^2 + 2x$	-Corta al eje x en: (2;0) y (0;0) -Corta al eje y en: (0;0)	$y = -(x-1)^2 + 1$	(1;1)	$x = 1$	Mayor valor $k = f(1) = 1$	$(-\infty, 1]$

Gráficas:

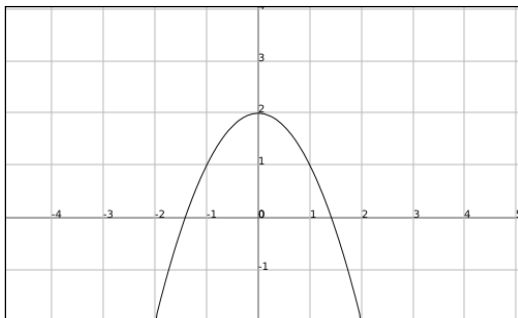
i)



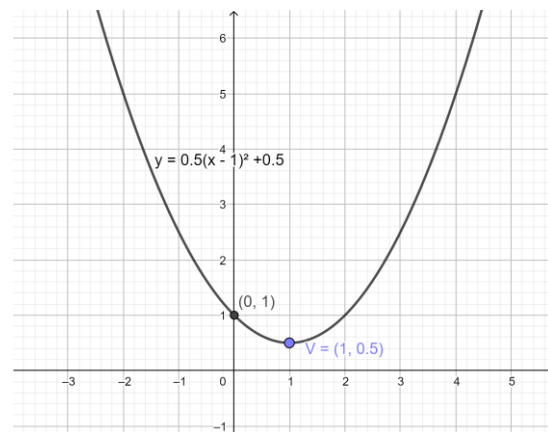
ii)



iii)

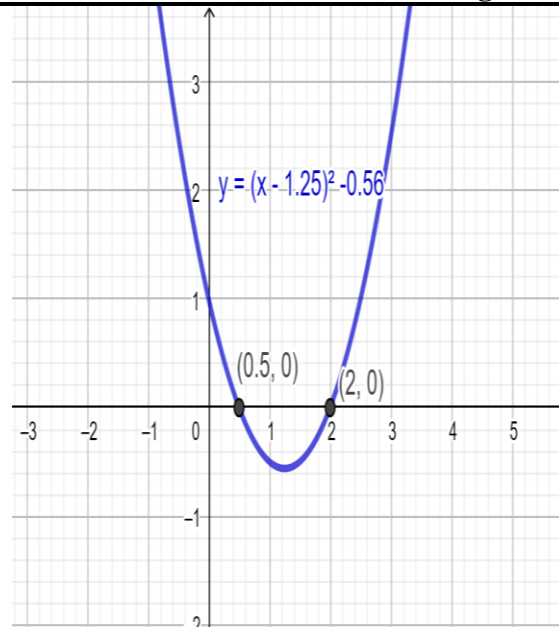
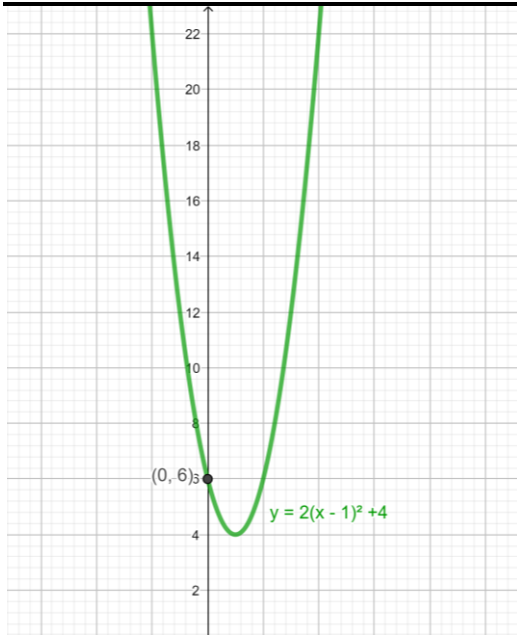


iv)

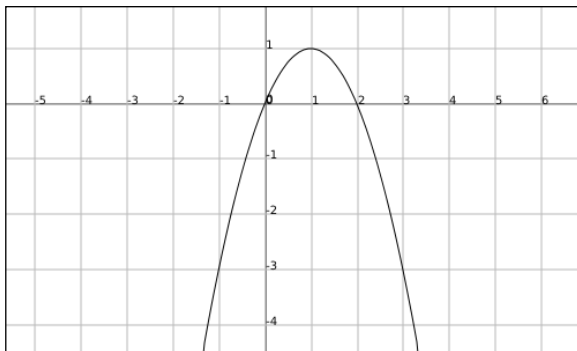


v)

vi)



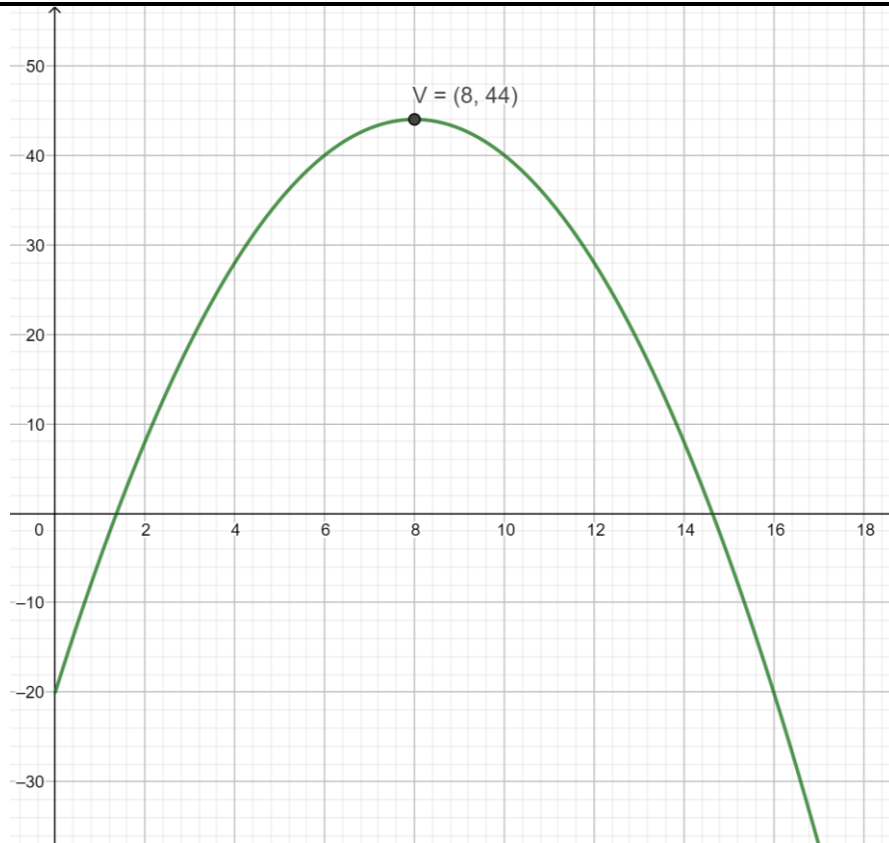
vii)



3) Forma canónica: $B(x) = -(x-8)^2 + 44$.

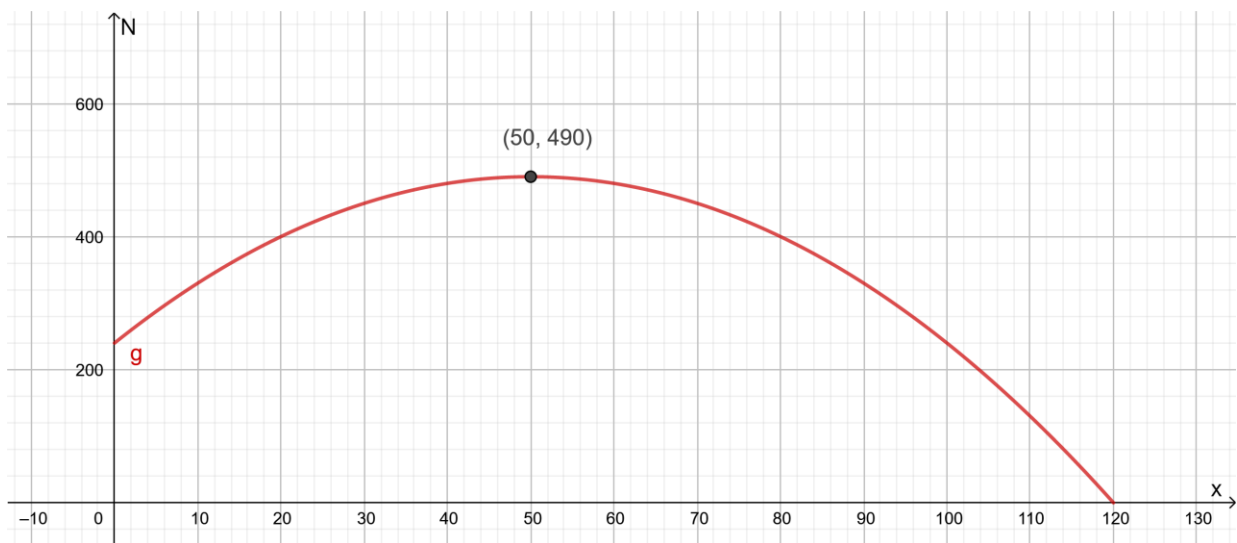
Si no vende ningún Kg, pierde \$20. Para que el beneficio sea máximo debe vender 8 Kg y en tal caso la ganancia es de \$44.

Gráfica:



5)

- a) Se introdujeron 240 peces
- b) La máxima cantidad de peces fue de 490 peces a los 50 días.
- c) Se extinguirían a los 120 días.
- d) **Grafica:**



- e) La cantidad de peces aumentó hasta los 50 días.

8) a) El dominio de $T = [0,24]$

b) La temperatura máxima fue de 10° y ocurrió al mediodía, o sea a las 12 hs.

La temperatura a las 15 hs fue $T(15) = 9,1^\circ$

c) Grafica



d) La temperatura mínima fue de $4,4^\circ$ bajo cero y ocurrió a las 0 hs y a las 24 hs



9 - LOGARITMO

1) Calcule utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log 100$ b) $\log_2 8$ c) $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{27}\right)$ d) $\log_7 1$ e) $\log_3\left(\frac{1}{9}\right)$ f) $\log_{\sqrt{2}} 16$
g) $\ln(e^2)$ h) $\ln e$ i) $\log_x \sqrt{x}$ j) $\log_{\frac{1}{x}} x^2$ k) $\log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{3}{2}\right)^m$

2) Utilizando las teclas **log** y **ln** de una calculadora científica obtener los siguientes logaritmos: (Redondear a los milésimos)

a) $\log 8,6 =$ d) $\log 200 =$ g) $\ln 1,8 =$
b) $\log 56 =$ e) $\log 1000 =$ h) $\ln e =$
c) $\ln 25 =$ f) $\log 0,005 =$ i) $\log 0,01 =$

3) Obtener con la calculadora, indicando el cambio de base:

a) $\log_7 35 =$ b) $\log_5 120 =$ c) $\log_6 91 =$

4) Aplicando propiedades transformar en suma algebraica de logaritmos

a) $\log_x \frac{a^5 cx^3}{bs^2}$ b) $\log_x \frac{1}{ab-x}$ c) $\log \frac{y^2 c}{x^2 \sqrt[3]{y-3x}}$ d) $\log \frac{\sqrt{x+y}}{(x-2y)^3}$

5) Expresar como un único logaritmo:

a) $\log c + \log x$ b) $3 \log y + \frac{1}{4} \log(x-c) - \frac{1}{3} \log(x+y-c)$
c) $\log_a \frac{b}{a^2} + \log_a \frac{1}{b^2} - \log_a \frac{a}{b}$ d) $\frac{1}{2} \log(x-y) - 3 \log c$
e) $\log_4 x + \log_2 y - 8 \log_2 z + \frac{1}{5} \log_2 t$

6) Sabiendo que $\log 2 = 0,3$ y que $\log 3 = 0,4$. Calcular:

a) $\log 8$ b) $\log 0,4$ c) $\log 12$ d) $\log 72$ e) $\log 13,5$
f) $\log_3 2$ g) $\log \sqrt[4]{3}$



7) Califique de verdadero o falso. Justifique.

- a) $\log_a (xy)^2 = (\log_a x + \log_a y)^2$ b) $\log_2 (\log 10000) = 2$
c) $\log_a \frac{(x+y)^2}{y^2} = 2\log_a (x+y) + 2\log_a y$ d) $\log \frac{xy}{zt} = \frac{\log x + \log y}{\log z + \log t}$
e) $\log^3 \left(\frac{x}{y} \right) = 3\log x - 3\log y$ f) $10^{\log x} = x$ g) $\ln e^3 + \ln e^{-2} = 1$
h) $\log \left(\frac{ab}{cd} \right) = \log a + \log b - \log c + \log d$

9 - EJERCICIOS RESUELTOS:

- 1)
a) 2 b) 3 f) 8 i) $\frac{1}{2}$ k) -m
2)
a) 0,93 c) 3,22 e) 3 g) 1 i) -2

3) b) $\log 120 / \log 5 = 2,97$

4) a) $\log_x \frac{1}{bs^2} + \log_x a^5 cx^3$ d) $\log \frac{1}{(x-2y)^3} + \log \sqrt{x+y}$

5)
a) $\log c \cdot x$
c) $\log_a \frac{b}{a^2} \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{a}{b}$
d) $\log \frac{(x-y)^{\frac{1}{2}}}{c^3}$

6) a) 0,9
f) $\log 2 / \log 3 = 0,3 / 0,4 = 0,75$

7) b) Verdadero, porque $\log 10000 = 4 \Rightarrow \log_2 4 = 2$

c) Falso, porque $\log_a \frac{(x+y)^2}{y^2} \Rightarrow$ por propiedad $2 \cdot \log_a (x+y) - \log_a y^2$

h) Verdadero.



AUTOEXAMEN

1) En cada uno de los siguientes apartados se dan opciones para el resultado. Marque con un círculo el apartado que considere correcto. Existe una sola respuesta correcta.

Si $H = \{x \in \mathbb{N} / -3 < x < 5\}$ entonces:

a) $H = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

b) $H = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

c) $H = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

d) $H = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

e) Otro. Especifique

2) El resultado de $[16^{-1/2} - 4^{-3/2}]^2 - (4^{2/3} \cdot 4)^{-3/2}$ es:

a) $-\frac{1}{64}$

b) $\frac{1}{64}$

c) $-\frac{15}{64}$

d) Otro. Especifique:

3) Si $x \neq \pm 5$ el resultado de $\frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 - 25}$ es:

a) $-\frac{2}{5}$

b) $\frac{7x + 10}{-25}$

c) $\frac{x + 2}{x - 5}$

d) Otro. Especifique:

4) El resultado de $\left(\frac{x^{n-1} \cdot y^{2n-3}}{x^{n-2} \cdot y^{2n-2}}\right)^2$ es:

a) $\frac{x^2}{y}$

b) $\frac{x}{y^2}$

c) $\frac{x}{y}$

d) Otro. Especifique

4) Si la edad de Juan dentro de cinco años será el doble de la edad que tenía hace dieciocho años, entonces la edad actual de Juan es:

a) 41

b) 60

c) 18

d) Otro. Especifique:

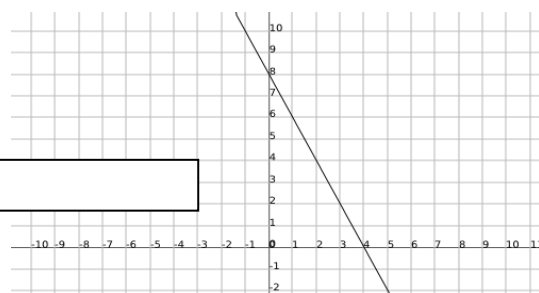
5) La ecuación que se corresponde con la siguiente gráfica es:

a) $y = -8x + 8$

b) $Y = -2x + 8$

c) $Y = -3x - 8$

d) Otro. Especifique:





7) La ganancia de una panadería está descripta por una ecuación cuadrática. Si no se vende ningún kilo, el comerciante pierde \$ 520. No gana ni pierde si el volumen de ventas es de 10 o de 90 Kg. La ecuación que representa esta situación es:

a) $y = x^2 + 50x - 520$

c) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 50x - 520$

b) Otros. Especifique:

8) La ecuación de la recta que pasa por los puntos (-2;4) y (-2;1) es:

a) $Y = 2x - 2$

b) $Y = -2x - 2$

c) $Y = -3x - 2$

d) Otros. Especifique:

9) Califique de verdadero o falso. Si fuera falso especifique el resultado correcto o justifique:

a) $\sqrt[6]{2x^5y} - \sqrt{8x^3y^3} + \sqrt{2xy^5} = (x+y)^2 \sqrt{2xy}$

b) $\frac{a^2(a^n - b^m)}{(a^{2n} - b^{2m})} = 1$

c) $\log\left(\frac{ab}{cd}\right) = \log a + \log b : \log c + \log d$

e) $\ln e^3 + \ln e^{-2} = 1$